N° d'ordre : 84 UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Ed. DUMONT

Ingénieur I. E. T. — Licencié ès Sciences

1re THÈSE :

Contribution à l'Etude DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE

2e THÈSE :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 27 novembre 1948 devant la Commission d'examen

MM. ESCANDE, *Président,*
TEISSIÉ-SOLIER, DUPIN } *Examinateurs.*

TOULOUSE
IMPRIMERIE F. BOISSEAU
34, Rue du Taur

1950

DUMONT (Ed.)

Contribution à l'étude des Cycles d'Hystérésis magnétique. —

Toulouse, Imprimerie F. Boisseau, 1950, gr. in-8°, 104 pages, 47 fig.

(*Thèse Sciences, Université de Toulouse*, 1950, N° 84).

DUMONT (Ed.)

Contribution à l'étude des Cycles d'Hystérésis magnétique. —

Toulouse, Imprimerie F. Boisseau, 1950, gr. in-8°, 104 pages, 47 fig.

(*Thèse Sciences, Université de Toulouse*, 1950, N° 84).

DUMONT (Ed.)

Contribution à l'étude des Cycles d'Hystérésis magnétique. —

Toulouse, Imprimerie F. Boisseau, 1950, gr. in-8°, 104 pages, 47 fig.

(*Thèse Sciences, Université de Toulouse*, 1950, N° 84).

DUMONT (Ed.)

Contribution à l'étude des Cycles d'Hystérésis magnétique. —

Toulouse, Imprimerie F. Boisseau, 1950, gr. in-8°, 104 pages, 47 fig.

(*Thèse Sciences, Université de Toulouse*, 1950, N° 84).

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548912_0057

Contribution à l'étude
des Cycles d'Hystérésis magnétique

N° d'ordre : 84 UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Ed. DUMONT

Ingénieur I. E. T. — Licencié ès Sciences

1re THÈSE :

Contribution à l'Etude DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE

2e THÈSE :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 27 novembre 1948 devant la Commission d'examen

MM. ESCANDE, *Président,*
TEISSIÉ-SOLIER, DUPIN } *Examinateurs.*

TOULOUSE
IMPRIMERIE F. BOISSEAU
34, Rue du Taur
—
1950

UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

FACULTÉ DES SCIENCES

PERSONNEL

MM. DUPOUY ..... Doyen.
CAPDECOMME ..... Assesseur.

HONORARIAT

MM. DELTHEIL, Recteur honoraire, Doyen honoraire.
DOP, Doyen honoraire, Professeur honoraire.
JACOB, Professeur honoraire.
MM. BOUASSE, Professeur honoraire.
SOURISSEAU, Professeur honoraire.
CLARENS, Professeur honoraire.
CAMICHEL, Professeur honoraire.
MENGAUD, Professeur honoraire.

PROFESSEURS

MM. ROY ..... Mécanique rationnelle et appliquée corresp. de l'Institut.
DELTHEIL ..... Calcul différentiel et intégral.
VANDEL ..... Zoologie.
CATHALA ..... Chimie physique et électrochimie.
MIGNONAC ..... Chimie générale.
DESPAX ..... Zoologie appliquée et hydrobiologie.
ESCANDE ..... Mécanique des fluides.
JACQUES ..... Mathématiques générales.
DUPOUY ..... Physique.
PICHOT ..... Physique.
GAUSSEN ..... Botanique.
CASTERAS ..... Géologie.
BEDOS ..... Chimie.
CHALAUD ..... Botanique agricole.
CAPDECOMME ..... Minéralogie.
DUPIN ..... Electrotechnique.
TEISSIE-SOLIER ..... Electrotechnique.

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. NOUVEL ..... Zoologie.
GALLAIS ..... Chimie.
MORQUER ..... Botanique.

MAITRES DE CONFÉRENCES

MM. BRUSSET ..... Chimie.
RIVALS ..... Agriculture.
COMBES ..... Mathématiques.
LESBRE ..... Chimie.
FERT ..... Physique.
BLAIZOT ..... Physiologie.
DURAND E ..... Physique.

CHARGÉ DE COURS

M. PALOQUE ..... Astronomie.

CHARGÉ DE CONFÉRENCES

M. DURAND G ..... Astronomie.

SECRÉTARIAT

M. ARGIAS ..... Secrétaire.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

A MON PÈRE

En témoignage de ma profonde reconnaissance et en remerciements pour tant de sacrifices.

A MA MÈRE

A TOUS LES MIENS

En témoignage de ma sincère affection.

A MONSIEUR L. ESCANDE

INGÉNIEUR I.E.T. — DOCTEUR ÈS-SCIENCES
LAURÉAT DE L'INSTITUT DE FRANCE
PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DIRECTEUR DE L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE

Qui a bien voulu accepter de présider le jury.

Témoignage de gratitude.

A MONSIEUR M. TEISSIE-SOLIER

INGÉNIEUR I.E.T. — DOCTEUR ÈS-SCIENCES
LAURÉAT DE L'INSTITUT DE FRANCE
PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

A MONSIEUR P. DUPIN

INGÉNIEUR I.E.T. — DOCTEUR ÈS-SCIENCES
LAURÉAT DE L'INSTITUT DE FRANCE
PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

En remerciements de leurs précieux conseils et en témoignage de mon respectueux dévouement.

A JEAN LAGASSE

INGÉNIEUR I.E.T. — LICENCIÉ ÈS-SCIENCES
INGÉNIEUR-PRÉPARATEUR A L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE

Qu'il veuille trouver ici le meilleur souvenir d'un camarade d'école pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté dans les essais.

AVANT PROPOS

Le phénomène de l'hystérésis entraîne une dissipation d'énergie qui constitue l'une des causes de la diminution du rendement des machines, ces dernières possédant en général un noyau magnétique soumis à un champ périodiquement variable. Son étude peut donc fournir d'utiles renseignements.

Après de nombreux travaux sur le ferromagnétisme en courant continu, des physiciens, notamment R. Beattre et H. Gerrard se tournèrent vers l'étude des phénomènes en alternatif restés jusqu'alors impénétrés.

Cependant là aussi des divergences devaient surgir.

L'apparition de l'oscillographe cathodique permit d'élucider nombre de questions, principalement la variation de la perméabilité en fonction de la fréquence. Mais en 1914, les physiciens Beattre et Gerrard proposent un nouveau montage pour l'étude de l'hystérésis et des pertes par hystérésis afin d'éliminer la différence qu'ils avaient remarquée, lors de leurs premiers essais, en comparant les études d'échantillons de fer effectuées d'une part par la méthode statique, d'autre part, en utilisant l'oscillographe.

Plus récemment, M. Herpin a proposé une théorie des cycles d'hystérésis à partir des hypothèses de Weiss qui conduisent à la notion de champ limite et d'énergie de paroi pour les corps ferromagnétiques. L'étude de deux modes d'aimantation, l'aimantation par déplacement de parois et l'aimantation par rotation, permet à cet auteur de fournir une explication de l'existence des courbes d'hystérésis, et d'attribuer notamment la présence des branches montantes et descendantes aux retournements brusques des domaines de Weiss sous l'action du champ, ce sont les sauts de Barkausen.

Cette théorie récente de l'aimantation a fait l'objet de nombreux travaux et divers auteurs parmi lesquels MM. Bloch, Gentille, Becker, ont cherché à déterminer théoriquement la forme présentée par les courbes d'aimantation.

Bien que les résultats correspondants ne représentent pas d'une

manière rigoureuse les phénomènes, ils ont cependant conduit à des interprétations intéressantes relatives par exemple à la magnétostriction.

Dans le travail que nous nous sommes proposé de présenter, nous rappelons d'abord rapidement diverses méthodes utilisées pour l'étude du phénomène d'hystérésis.

Au cours du premier chapitre, nous donnons un résumé de la méthode statique que nous avons utilisée lors d'essais sur un noyau magnétique. Reprenant au cours du deuxième chapitre la méthode de l'oscillographe cathodique, nous comparons le cycle obtenu à ceux tracés, d'une part à partir d'enregistrements réalisés à l'aide d'un oscillographe électromagnétique, d'autre part en appliquant une méthode dite électromagnétique exposée plus récemment.

Avant de conclure, nous proposons des relations analytiques permettant d'obtenir la variation du courant magnétisant en fonction du temps, lors de l'alimentation d'un circuit magnétique en courant alternatif.

INTRODUCTION

Généralités.

Depuis les premiers travaux d'Ewing, vieux d'un demi-siècle, plusieurs méthodes pour l'étude de l'aimantation ont été proposées, et ont progressivement subi diverses améliorations.

Nous passerons rapidement en revue les appareils les plus utilisés, depuis la méthode du balistique perfectionnée par Ewing jusqu'aux procédés optiques en mentionnant les travaux d'Hopkinson.

L'évolution de l'électronique a permis depuis quelques années de satisfaire le souci des techniciens modernes : joindre à une étude assez rapide et nécessitant le minimum de temps, précision et commodité.

Pour permettre au ferromagnétisme de consolider ses premières théories et de vérifier ses nombreuses hypothèses, Ewing utilise la méthode dite du balistique.

Méthode du balistique.

Quelques spires de fil sont enroulées sur le noyau à étudier et reliées à un galvanomètre balistique ; toute variation du champ magnétique $\mathcal{H}$ entraîne une variation du flux d'induction qui provoque alors une élongation du galvanomètre. En faisant varier $\mathcal{H}$ par bonds successifs, on peut construire par points la courbe représentant les variations de l'induction $\mathcal{B}$ en fonction du champ $\mathcal{H}$.

Méthode de J. Hopkinson.

Dans cet appareil, l'éprouvette à étudier fait partie d'un circuit fermé. Entre les deux parties de la bobine magnétisante entourant le barreau se trouve la bobine exploratrice reliée au balistique. Celle-ci fixée à un ressort est brusquement élevée lorsque l'on tire une

des parties de l'éprouvette d'où une élongation du galvanomètre mesurant le flux d'induction. Cette méthode nécessite un noyau magnétique très allongé de manière que l'aimantation soit sensiblement la même dans toutes les sections.

Méthode de J. et B. Hopkinson.

Dans les applications pratiques, les cycles d'aimantation sont parcourus rapidement avec une fréquence égale à celle des courants alternatifs industriels, alors que les méthodes précédentes donnent le cycle parcouru lentement. Pour obvier à cet inconvénient, MM. Hopkinson, ajoutent sur l'arbre de l'alternateur, générateur de courant, un contact tournant qui permet pour une phase quelconque, de mesurer d'une part la tension aux bornes d'une résistance R, sans self induction, insérée dans le circuit et d'autre part la tension aux bornes de la bobine magnétisante de résistance r. A partir des tensions respectives Ri et $ri + \frac{d\Phi}{dt}$, on peut calculer $\frac{d\Phi}{dt}$ et par suite, construire par points la courbe d'induction.

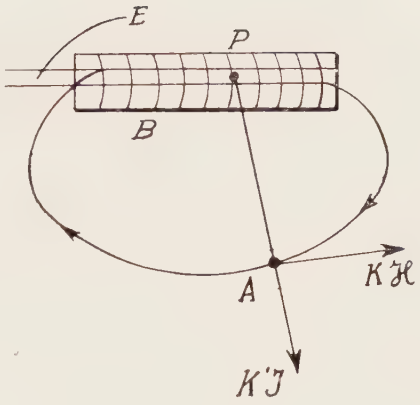
Appareil de Siemens et Halske.

Un cadre mobile est parcouru par un courant constant. Ce cadre est placé dans un entrefer du circuit magnétique comprenant le barreau à étudier, et il est solidaire d'une aiguille se déplaçant devant un cadran. La déviation est proportionnelle à l'intensité d'aimantation. De la connaissance de cette dernière et du champ magnétisant produit par une bobine entourant le circuit magnétique, l'on déduit les valeurs de l'induction correspondante $\mathfrak{B}$ permettant le tracé du cycle.

Hystérésigraphe de M. Dupouy.

Cet appareil basé sur le principe de M. Forrer permet un enregistrement photographique des cycles d'aimantation. Il utilise un solénoïde B à l'intérieur duquel on place l'échantillon à étudier E. En un point A extérieur à la bobine, se trouve le pôle d'un petit aimant. Le pôle A est soumis à deux actions : d'une part à l'action du champ $\mathfrak{H}$ créé par le solénoïde donc à une force proportionnelle à ce champ, et qui est dirigée suivant la tangente $K\mathfrak{H}$ à la ligne de

force passant par ce point, d'autre part à l'action du pôle P qui prend naissance à l'extrémité du barreau E. Cette dernière action est proportionnelle à l'intensité d'aimantation du barreau et se trouve dans le prolongement de PA soit $\overline{K'J}$.



Le réglage consiste à déterminer la position du point A par rapport au pôle P pour que les deux vecteurs $\overline{K\,\mathcal{H}}$ et $\overline{K'J}$ soient rectangulaires. Les variations de l'intensité du courant dans l'enroulement de la bobine entraînent des variations du champ et des variations corrélatives de l'aimantation du barreau. Le réglage étant effectué, si A est mobile, il décrira une courbe sous l'action des variations de ces deux forces. Cette courbe est le cycle d'hystérésis puisqu'on a une composante $\overline{K\,\mathcal{H}}$ proportionnelle au champ, perpendiculaire à la composante $\overline{K'J}$ proportionnelle à l'aimantation.

Sur le pôle A est fixé un miroir réfléchissant un faisceau lumineux et l'on obtient sur un écran le tracé du cycle en suivant le déplacement du point lumineux.

L'appareil de conception très simple présente cependant un inconvénient ; les déplacements sont dûs à des attractions et des répulsions.

D'après la loi de l'inverse du carré de la distance, les déplacements dûs à l'attraction sont plus grands que ceux dûs à la répulsion, il en résulte que les cycles obtenus présentent une légère dissymétrie.

Procédés optiques.

Utilisant le phénomène de polarisation rotatoire magnétique d'une part, et le phénomène magnéto-optique de Kerr d'autre part, M. Du Bois a pu tracer une courbe d'aimantation.

En effet, le pouvoir rotatoire, que possède toute substance placée dans un champ magnétique, est fonction de l'intensité du champ magnétique. La connaissance de l'angle de rotation permet la mesure du champ.

Le phénomène de Kerr, c'est-à-dire la rotation du plan de polarisation de la lumière réfléchie sur un aimant, dépend de l'aimantation. On peut donc, déduire de la mesure de l'angle de rotation, la valeur de l'aimantation. Cependant, ce procédé n'est vraiment utilisable que pour des champs intenses.

Méthode du balistique d'Ewing.

Alors que la méthode première du balistique détermine les points du cycle par des variations partielles, le procédé perfectionné d'Ewing élimine ce désavantage en déterminant les différents points à partir de l'induction maximum. En ayant soin de s'affirmer avant chaque mesure en ce point, on parvient à supprimer une des principales causes d'erreurs. Une clef particulière permet d'introduire une résistance supplémentaire variable dans le circuit d'excitation, il en résulte une diminution souple et progressive du champ magnétisant.

Nous rappellerons rapidement dans la deuxième partie de notre exposé, le principe et le montage de ce procédé resté longtemps le plus employé pour la détermination des cycles d'hystérésis des matériaux magnétiques.

Nos essais nous ont conduit à adopter un montage assez peu courant du galvanomètre balistique et pour nous placer dans les conditions de fonctionnement convenables de cet appareil, nous avons dû envisager une étude des divers montages de ce galvanomètre.

CHAPITRE PREMIER

Méthode statique du balistique.

L'échantillon de métal étudié se présente sous forme d'un tore, il est recouvert d'un enroulement magnétisant régulièrement réparti sur toute la périphérie, ce qui permet d'obtenir facilement la valeur du champ, le circuit présentant des fuites minimum et l'induction étant sensiblement uniforme dans toutes les sections.

Cet enroulement magnétisant comprenant N spires de gros fil est alimenté par une batterie d'accumulateurs à travers une résistance variable R.

Un deuxième enroulement de n spires de fil fin servant de bobine exploratrice est relié à un galvanomètre balistique.

Une résistance R_2 que l'on peut mettre en court-circuit permet de faire varier le courant magnétisant et par suite le champ.

Le galvanomètre est étalonné dans les conditions de fonctionnement normal. A cet effet, on utilise une capacité C chargée à l'aide d'une force électromotrice E, capacité que l'on décharge ensuite rapidement aux bornes du balistique.

Soient : I — l'intensité du courant traversant l'enroulement.
φ — le flux d'induction traversant le fer de l'anneau.
l — la longueur de la ligne moyenne.
μ — la perméabilité de l'échantillon étudié.
S — la section du fer de l'anneau.

L'application des lois du circuit magnétique donne, dans ce cas :

$$(1) \qquad 1\pi \frac{NI}{10} = \frac{\varphi l}{\mu S} = \frac{\mathcal{B} l}{\mu} ; \quad \varphi = \mathcal{B}.S$$

Or l'induction $\mathcal{B}$ est reliée au champ $\mathcal{H}$ par la relation

$$\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$$

On en déduit pour l'expression du champ magnétisant :

$$(2) \qquad \mathcal{H} = 4\pi \frac{NI}{10l}$$

L'introduction de la résistance R_2 entraîne une variation d'induction $\Delta \mathcal{B}$, à laquelle correspond dans la bobine exploratrice une variation de flux $\Delta \Phi$ telle que :

(3) $$\Delta \Phi = n \times \Delta \mathcal{B} \times S$$

Cette dernière provoque à son tour une élongation θ du galvanomètre balistique.

k étant la constante de cet appareil.

R la résistance totale du circuit contenant le cadre, on a la relation bien connue :

(4) $$k\ \theta = \frac{\Delta \Phi}{10^8\ R}$$

En substituant dans la relation (3) — nous en déduisons :

(5) $$k\ \theta = \frac{n.\ S.\ \Delta \mathcal{B}}{10^8\ R}$$

Nous voyons d'après (5) qu'en faisant varier progressivement la résistance R_2 on peut déterminer dans chaque cas la variation d'induction.

En introduisant :

r_1 = la résistance du balistique,

r_2 = la résistance de protection en série avec le galvanomètre balistique

ρ = la résistance de la bobine exploratrice.

Il vient :

$$\Delta \Phi = k\ \theta\ (r_1 + r_2 + \rho)\ 10^8 = n.\ S.\ \Delta \mathcal{B}.$$

Soit encore :

(6) $$\Delta \mathcal{B} = \frac{k\ \theta}{n.\ S}\ (r_1 + r_2 + \rho)\ 10^8$$

L'étalonnage du balistique permettant d'en déterminer la constante k.

$$k = \frac{1}{\alpha}\ C.E.\ 10^{-6}\ \frac{r_2 + \rho}{r_1 + r_2 + \rho}$$

α étant l'élongation du balistique correspondant au passage de la quantité d'électricité Q fournie par la décharge du condensateur.

$$Q = C.E.\ 10^{-6}$$

La relation (6) devient finalement :

(7) $$\Delta \mathcal{B} = \frac{\theta}{n.\ \alpha.\ S}\ C.E.\ (r_2 + \rho)\ 10^2$$

C en μf. — E en volts — S en cm^2 — $\Delta \mathcal{B}$ en gauss.

C'est cette dernière relation que nous utiliserons par la suite pour le tracé expérimental du cycle d'hystérésis par la méthode d'Ewing.

Considérations sur l'utilisation du balistique.

Dans un compte-rendu à l'Académie des Sciences [1], M. Chaumat étudiant les variations de l'élongation du galvanomètre balistique en fonction de la résistance R du circuit d'amortissement, conclut : « On a intérêt, pour augmenter θ, à diminuer R le plus possible. Dans la pratique on met une résistance de l'ordre de grandeur de celle du galvanomètre en série pour l'étalonnage ».

Cependant, au cours de notre essai, une résistance respectant cette conclusion ne permettait pas de conserver le spot lumineux sur l'échelle ; il fallait une résistance d'au moins 12.000 ohms pour obtenir la lecture de l'élongation.

Nous avons envisagé de shunter le balistique et de diminuer de ce fait, la résistance en série. Nous nous trouvions alors en contradiction avec l'affirmation de M. Bouasse dans « Physique de l'ingénieur » : « On ne doit jamais shunter un galvanomètre balistique ».

Pour ne pas utiliser le balistique dans des conditions particulières et ne pas augmenter les erreurs d'expérience, nous avons, dans un essai préliminaire, pris en considération les deux cas suivants :

— emploi du balistique avec résistance élevée en série.

— emploi du balistique avec résistance en shunt.

Sans aborder un exposé dépassant le cadre de notre étude, nous établirons rapidement quelques relations essentielles et donnerons succinctement quelques résultats.

a) *Résistance élevée en série avec le balistique.*

Soient :

g la résistance du galvanomètre,

r la résistance en série dans le circuit de cet appareil.

ρ la résistance de la bobine exploratrice qui est négligeable.

q la charge de la capacité servant à l'étalonnage.

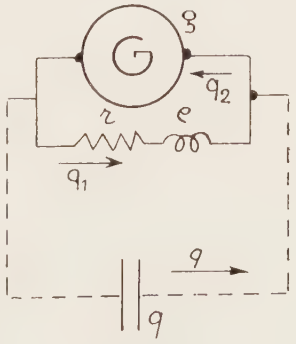


Fig. a.

1. M. H. Chaumat, *Sur l'application du galvanomètre balistique aux essais de fer*, compte-rendu Acad. Sciences, 16 janvier 1922, p. 155.

En admettant que les quantités d'électricité se répartissent comme les courants, nous avons lors de la décharge du condensateur :

$$q = q_1 + q_2 ;$$

$$\frac{q_2}{r} = \frac{q_1}{g} \text{ ou } \frac{q_2 + q_1}{r + g} = \frac{q_2}{r} = \frac{q}{r + g}$$

soit :

$$q_2 = q. \frac{r}{r + g}$$

Or, cette quantité d'électricité q_2 provoque une élongation α du galvanomètre, telle que :

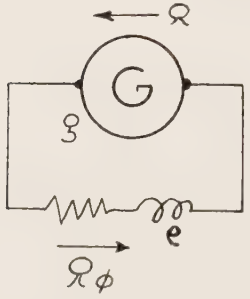


Fig. b.

$$(1) \qquad q_2 = q. \frac{r}{r + g} = k. \alpha$$

Soit, d'autre part, Q_Φ la quantité d'électricité induite traversant le circuit du galvanomètre et correspondant à un flux $\Delta \Phi$ à mesurer.

D'après la figure b, la relation fondamentale :

$$Q_\Phi = \frac{\Delta \Phi}{10^8 \Sigma r}$$

devient dans ce cas où ρ est négligeable :

$$Q_\Phi = \frac{\Delta \Phi}{10^8} \cdot \frac{1}{r + g}$$

Cette quantité Q_Φ est telle que l'élongation du balistique devient θ. Le circuit n'ayant pas été modifié on peut écrire :

$$(2) \qquad Q_\Phi = k \theta.$$

Nous déduisons des relations (1) et (2) :

$$\frac{\theta}{\alpha} = \frac{\Delta \Phi}{10^8} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{C.E.} \cdot 10^6$$

Par suite, pour un flux donné, $\frac{\theta}{\alpha}$ diminue quand r augmente.

Or, l'induction mesurée avec un galvanomètre balistique, comme nous l'avons indiqué plus haut, s'écrit :

$$\mathcal{B}_m = \frac{C.E.}{2 n. S} \cdot 10^2 . \frac{\theta}{\alpha} . r$$

donc la valeur de l'induction obtenue pour diverses valeurs de r dépend du produit : $\frac{\theta}{\alpha} . r.$

Nous avons effectué une série de mesures avec des résistances

en série variant de 12.000 ohms à 50.000 ohms ; la valeur de $\frac{\theta}{\gamma}$. r. et par suite de l'induction était comprise entre les 1,7 % et 1,9 % de la valeur moyenne, c'est-à-dire comprises dans les limites des erreurs d'expériences.

On peut donc admettre que l'on avait une valeur de l'induction sensiblement constante et que, par suite, la valeur de la résistance n'influait pas d'une façon systématique sur les résultats, même pour des résistances bien supérieures à la résistance du galvanomètre qui est d'environ 500 ohms.

b) *Résistance en shunt aux bornes du galvanomètre.*

La résistance γ de la bobine exploratrice étant comme précédemment négligeable, soit s la valeur du shunt.

La même hypothèse que ci-dessus permet d'établir pour la valeur de la quantité d'électricité q'_2 traversant le galvanomètre.

(3)
$$q'_2 = q. \frac{\dfrac{r\,s}{(s+g).\left|r + \dfrac{s\,g}{s+g}\right|}}{}$$

De même, on peut écrire :

(4) $\qquad q'_2 = k\,\alpha$

Lors de l'utilisation du galvanomètre dans la méthode balistique, la quantité q'_Φ traversant cet appareil est liée aux données du circuit et au flux $\Delta\Phi$ à mesurer par :

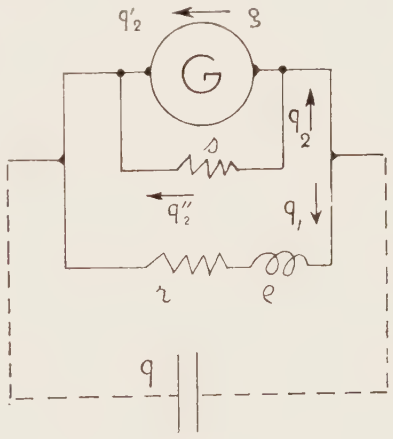
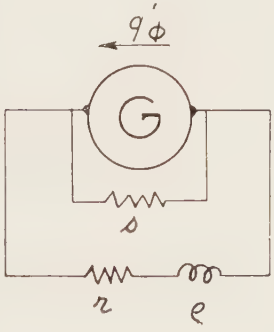


Fig. c.

(5) $$q'_\Phi = \frac{\Delta\Phi}{10^8} \cdot \frac{s}{(s+g).\left|r + \dfrac{s\,g}{s+g}\right|}$$



Cette variation de flux donne une élongation θ telle que :

(6) $\qquad q'_\Phi = k\,\theta$

Nous pouvons donc pour un circuit donné, non modifié au cours des essais, écrire d'après (3) (4) (5) (6) avec :

$$q = C.E.\ 10^{-6}\ ;$$

$$\frac{\theta}{\alpha} = \frac{\Delta\Phi}{C.E.\ 10^{2}} \cdot \frac{1}{r}$$

soit pour le flux à mesurer :

$$\Delta\Phi = C.E.\ 10^{2}.\ r.\ \frac{\theta}{\alpha}.$$

On voit donc que si l'on shunte un galvanomètre et que l'on procède à l'étalonnage dans les mêmes conditions d'utilisation que pour la mesure du flux, le calcul du flux ne fait pas intervenir la valeur de la résistance du shunt.

De plus, pour une résistance en série donnée, la valeur du flux ne dépend que de : $\frac{\theta}{\alpha}$.

Nous avons effectué une série de mesures, en maintenant r constant et faisant varier la valeur s du shunt.

Pour r = 1.000 ohms $10\omega < s < 500\omega$ (au-dessus de $s = 500\omega$ le spot sortait de l'échelle) $\frac{\theta}{\alpha}$ oscille entre 27,2 et 27,5.

Pour r = 8.000 ω $50\omega < s < 1500\omega$, $\frac{\theta}{\alpha}$ oscille entre 3,42 et 3,57.

On voit donc que la valeur du flux trouvée est sensiblement constante.

De plus, on remarquera que si $\frac{\theta}{\alpha}$. r est constant dans les deux cas d'utilisation (résistance en série, résistance en shunt) le flux mesuré sera constant. En effet, dans toutes les séries de mesures $\frac{\theta}{\alpha}$. r est constant à 1,7 % près.

En conclusion, nous pouvons dire que dans les conditions de nos expériences l'utilisation du balistique soit avec résistance élevée en série, soit avec résistance en shunt, reste toujours valable, à condition toutefois de l'étalonner dans les conditions de son emploi lors de la mesure du flux.

Pour terminer ces quelques lignes, nous ferons remarquer que l'emploi du balistique nécessite certaines précautions en ce qui concerne l'étalonnage : il faut prendre soin d'opérer avec charge et décharge instantanées de la capacité utilisée ; une décharge de régime peut entraîner une erreur importante allant jusqu'à 8 %.

Tracé expérimental du cycle statique.

Nous avons utilisé pour le tracé expérimental du cycle le montage bien connu suivant :

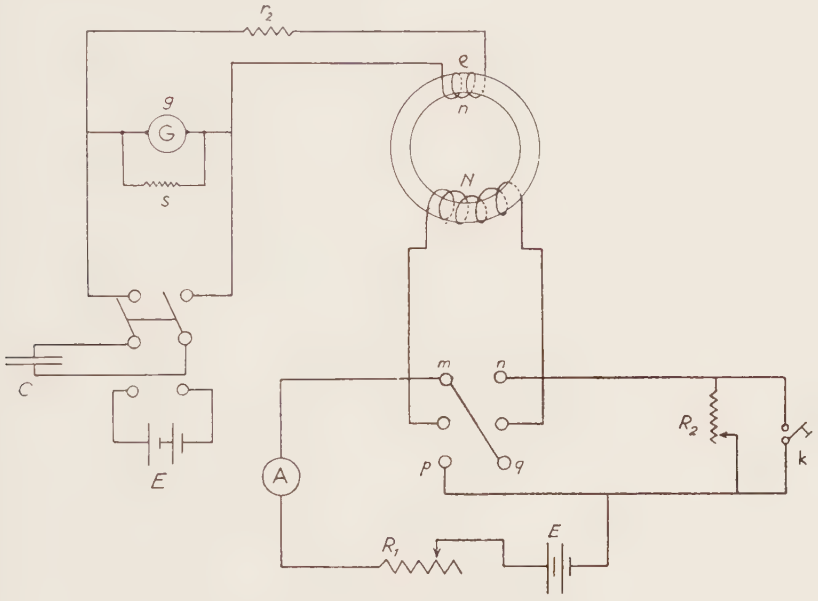


Fig. 1. — Montage de l'essai du tore par la méthode d'Ewing.

Les caractéristiques du montage étaient les suivantes :

Circuit magnétique à étudier. — C : anneau toroïdal constitué par une série d'anneaux en tôle empilés section nette : 35 cm².
Nombre de spires de l'enroulement magnétisant : N = 360 spires.
Nombre de spires de la bobine exploratrice : n = 60 spires.
Longueur l de la ligne de force moyenne : l = 50 cm.
Résistance de l'enroulement magnétisant : 1,95 $\overline{\omega}$.
Résistance de la bobine exploratrice ρ : 0,765 $\overline{\omega}$.

Circuit du galvanomètre : résistance de protection $r_2 = 1.000\,\overline{\omega}$
résistance en shunt s = 200 $\overline{\omega}$.

Circuit d'étalonnage du balistique : Capacité C = 2,02 μf
batterie d'accumulateurs E = 6,7 V.

Circuit magnétisant : $R_1 = 20$ ohms $R_2 = 82\,\overline{\omega}$ (rhéostats)
E = 6,7 volts.

De manière à nous placer dans des conditions identiques et par suite comparables entre la méthode statique et la méthode dynamique de l'oscillographe cathodique, c'est à partir de cette dernière que nous avons déterminé (nous en donnerons le détail dans le chapitre suivant) le courant maximum I_m devant parcourir l'enroulement magnétisant du circuit étudié.

La résistance R_2 disposée en série avec l'enroulement magnétisant permettait de faire varier d'une façon progressive le courant, et par suite le champ magnétique de la valeur maxima $\mathcal{H}$ à une valeur intermédiaire h.

A l'aide de la clé K, la résistance R_2 peut être mise en court circuit, et ainsi, nous avons pu entre deux valeurs intermédiaires du champ h_1 et h_2 revenir à la valeur maxima $\mathcal{H}$, opérer une série de permutations en ce point et par suite nous affirmer au sommet du cycle.

Par ces opérations fondamentales de la méthode corrigée d'Ewing, on élimine la viscosité ou trainage magnétique qui se serait manifesté, comme Ewing puis Jouaust l'ont maintes fois constaté, dans une variation du champ par « bonds saccadés ».

Au cours de nos essais, nous avons maintenu le courant magnétisant I_m constant pour avoir une induction maxima constante et ainsi nous trouver toujours sur la même branche bien définie du cycle.

Nous ne rappellerons pas en détail le processus des mesures. Nous préciserons cependant, qu'à une élogation θ du galvanomètre balistique correspond une variation d'induction :

$$\Delta \mathcal{B} = \mathcal{B}_m - \mathcal{B}_1$$

Etalonnage du balistique :

Nous avons étalonné avant les mesures le balistique en déchargeant dans ce dernier une capacité $C = 2{,}02\ \mu f$ préalablement chargée à l'aide d'une force électro-motrice connue : $E = 6{,}7$ volts.

Nous avons noté une élongation du galvanomètre :

$$\alpha = 12\ m/m.$$

Des caractéristiques du circuit magnétique et de la relation :

$$(7) \qquad \Delta \mathcal{B} = \frac{\theta}{n.\ \alpha.\ S} \cdot C.E.\ r_2.\ 10^2$$

écrite sous cette forme, en négligeant la résistance ρ de la bobine exploratrice, $\rho = 0{,}765\overline{\omega}$, devant $r_2 = 1.000\overline{\omega}$, on déduit les va-

leurs de la variation de l'induction $\Delta \mathcal{B}$ et par suite comme nous avons en un point :

$$\Delta \mathcal{B} = \mathcal{B}_m - \mathcal{B}$$

nous pouvons obtenir les valeurs correspondantes de l'induction pour un champ magnétisant h.

D'autre part, la relation :

$$\mathcal{H} \qquad h = \frac{NI}{10.l}$$

permet de déterminer la valeur du champ magnétisant.

Les résultats expérimentaux et les calculs qui s'en déduisent sont consignés dans le tableau suivant :

Portion A B

I amp.	0,87	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,5	0,45	0,40	0,30	0,25	0,2	0,15	0,1	0
θ m/m	269	0,5	1	1,5	2	3	4,5	5	6,5	9	11	13	15	18	25
$\Delta\mathfrak{H}$ gauss		26,9	53,8	80,7	107,6	162,4	242	269	350	485	592	700	807	970	1345
$\mathfrak{H}$ gauss	7250	7223	7196,2	7169,3	7142,4	7087,6	7008	6981	6900	6765	6658	6550	6443	6280	5905

Portion B C D

I amp.	— 0,1	— 0,15	0,2	0,3	— 0,4	— 0,5	— 0,6	— 0,65	— 0,7	0,75	- 0,8	- 0,85	— 0,86	— 0,87
θ m/m	39	59	81	118	167	205	233	243	249	255	262	266	267	269
$\Delta\mathfrak{H}$ gauss	2100	3170	4350	6350	9000	11.050	12.550	13.050	13.400	13.700	14.100	14.300	14.350	14.500
$\mathfrak{H}$ gauss	5150	4080	2900	900	— 1750	— 3800	— 5300	— 5800	— 6150	— 6450	— 6850	— 7050	— 7100	— 7250

A l'aide de ce tableau on peut alors construire le cycle d'hystérésis du métal constituant les tôles de l'anneau.

La planche I représente le cycle obtenu.

Nous voyons que la méthode statique permet le tracé de la branche A B.C.D. du cycle, la branche montante se déduisant de cette dernière par une symétrie de centre O.

CHAPITRE II

TRACÉ DU CYCLE DYNAMIQUE MÉTHODES DIVERSES

I. — Méthode de l'oscillographe cathodique.

Pendant longtemps les constructeurs s'étaient bornés à étudier le phénomène d'hystérésis des tôles qu'ils employaient en examinant la variation de l'induction en courant continu par l'une des méthodes que nous avons rappelées. Cependant, on utilisa de plus en plus les machines en courant alternatif, et les physiciens se demandèrent, si dans la pratique le phénomène d'hystérésis, toujours produit par variations continues du champ magnétisant, ne différait pas des phénomènes étudiés expérimentalement jusqu'ici, d'une manière discontinue.

De plus, dans les divers procédés de mesure utilisés dans les laboratoires, le cycle d'hystérésis est décrit très lentement, d'où son nom « d'hystérésis statique », alors que dans les machines électriques, la courbe d'hystérésis est parcourue pendant un temps variant du cinquième de seconde pour les machines lentes, aux cinquantième de seconde pour les machines rapides. La question se posait de savoir si les propriétés magnétiques et notamment le tracé du cycle n'était pas modifié.

En 1908, le professeur Piola présenta son oscillographe double destiné à montrer la composition orthogonale de deux grandeurs alternatives.

Reprenant cette idée, M. G. Sartori, quelques années plus tard, perfectionnait l'appareil de manière à obtenir par projection sur un écran, le cycle d'hystérésis déterminé en soumettant l'une des spires vibrantes de l'appareil au champ alternatif produit par le fer à étudier.

Toutefois, comme il le fit remarquer par la suite, les coordonnées étaient proportionnelles à $\frac{d}{dt} f(\Phi)$ et à $\frac{d\Phi}{dt}$ et l'on ne pouvait pas dire que la figure obtenue représentait vraiment le cycle.

Mais la science de l'électronique prenait chaque jour une place de plus en plus large dans la technique. L'apparition de l'oscillographe cathodique auquel restent liés les noms de Plücker et de Braun, ouvrait à la science de vastes domaines. En effet, tous les jours une application nouvelle de l'instrument était découverte, et en quelques années l'oscillographe cathodique se vit donner le qualificatif « d'appareil universel de mesure ».

Nous ne citerons pas toutes les utilisations que l'on a pu imaginer dans les domaines les plus divers. Nous indiquerons simplement que l'emploi de systèmes convertisseurs dont le rôle est de transformer une grandeur physique quelconque variable en fonction du temps, en une tension proportionnelle, rend illimité son champ d'application.

Servant d'abord à l'examen d'un phénomène périodique, puis d'appareil de mesure sans inertie, il permit ensuite la comparaison de plusieurs phénomènes, et plus récemment, il fut utilisé pour examiner le cycle d'hystérésis par l'emploi d'un convertisseur flux-magnétique-tension. Ce dernier, constitué par un bobinage réalisé autour de la section dans laquelle on mesure le flux est réuni à l'oscillographe par l'intermédiaire d'un système résistance-capacité, suivant une disposition que nous verrons plus loin.

Dispositif expérimental.

Utilisant à nouveau le circuit magnétique de la méthode d'Ewing, nous avons cherché d'abord à obtenir directement sur l'écran du cathodique, le cycle d'hystérésis du métal constituant le tore, puis nous nous sommes attachés à examiner comment se présentait ce nouveau tracé, vis-à-vis de celui obtenu par la méthode statique.

A cet effet, nous avons adopté le montage représenté ci-dessous :

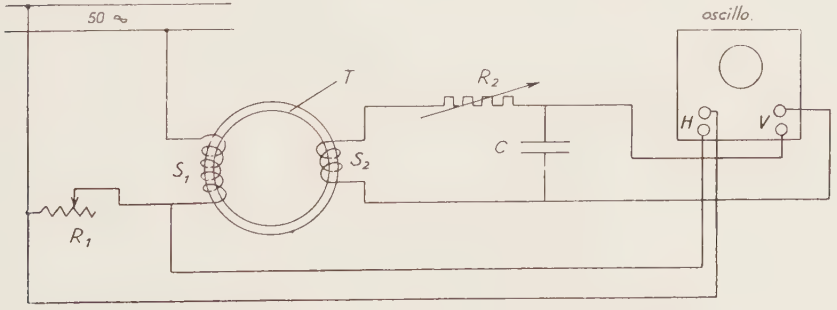


Fig. 2. — Montage expérimental de l'essai du tore par l'oscillographe cathodique.

Dans la méthode statique d'Ewing, on mesure à l'aide du galvanomètre balistique, l'impulsion induite dans l'enroulement secondaire quand on supprime le champ magnétique. La tension secondaire qui prend naissance est en valeur instantanée proportionnelle à $\frac{d\mathcal{B}}{dt}$.

Dans l'essai à l'oscillographe, la variation de l'induction au lieu d'être brusque, devient périodique, et il est possible d'intégrer, en somme, les tensions induites qui sont proportionnelles à l'induction $\mathcal{B}$.

L'anneau fermé à étudier T porte deux enroulements.

L'enroulement primaire S_1, est relié au secteur alternatif par l'intermédiaire d'une résistance R_1. La chute de tension dans cette résistance est proportionnelle aux ampère-tours magnétisants, nous disposons donc aux bornes de cette dernière, d'une tension variable qui pourra, sur le cathodique, enregistrer la composante instantanée horizontale de la valeur du champ inducteur, elle est appliquée aux plaques de déviation horizontale H de l'oscillographe cathodique.

Il se développe dans l'enroulement secondaire S_2, une tension v_2 proportionnelle à $\frac{d\mathcal{B}}{dt}$ et on peut écrire :

$$v_2 = K \frac{d\mathcal{B}}{dt}$$

K étant une constante.

L'enroulement secondaire S_2 est réuni à une résistance et une capacité comme l'indique la figure.

Si la tension v_c aux bornes de la capacité est petite devant la tension v_2, l'on peut admettre que le courant, dans le secondaire est en première approximation :

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2} = K. \frac{1}{R_2} . \frac{d\mathcal{B}}{dt}.$$

La tension aux bornes de la capacité devient :

$$v_c = \frac{1}{C} \int i_2 \, dt = K \frac{1}{R_2 C} \int d\mathcal{B} = K. \frac{1}{R_2 C} . \mathcal{B}.$$

La mesure de cette tension v_c permet donc de déterminer l'induction.

Nous appliquerons cette tension aux plaques de déviation verticale V. Cependant étant donné que v_c est faible, il y a nécessité d'intercaler l'amplificateur de l'oscillographe.

Les *caractéristiques* du montage après le réglage convenable sont les suivantes :

Résistance : $R_1 = 20\,\overline{\omega}$

" : $R_2 = 5.000\,\overline{\omega}$

Capacité : $C = 12\ \mu f.$

— nombre de spires de l'enroulement primaire S_1 : N = 360 spires.

— nombre de spires de l'enroulement secondaire S_2 : n = 60 spires.

- tension aux bornes du primaire : 226 volts.

— tension aux bornes du secondaire : 38 volts.

— courant magnétisant : I = 0,615 ampères.

Nous avons ainsi obtenu sur l'éeran du cathodique le cycle d'hystérésis.

Ce cycle que nous avons photographié est représenté par la figure 3.

Fig. 3. — Cycle d'hystérésis obtenu sur l'écran du cathodique.

Comparaisons du cycle statique
et du cycle dynamique obtenu au cathodique.

Nous avons comparé le cycle dynamique obtenu au cathodique et le cycle tracé par points par la méthode du balistique. La planche (2) montre les différences entre ces deux cycles.

L'induction maximum est calculée, pour le cycle dynamique, à partir de la tension aux bornes du circuit primaire par la relation connue :

$$\mathcal{B}_m = \frac{V_{eff} \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot N \cdot f \cdot S}$$

où V_{eff} = tension aux bornes du primaire
N = nombre de spires de l'enroulement magnétisant.
f = fréquence de la tension d'alimentation.
S = section du circuit magnétique.

L'induction maximum pour le cycle statique était de son côté déduite de la relation (7) dont les divers termes sont déterminés expérimentalement lors des mesures au balistique, comme nous venons de l'exposer.

L'examen de la planche (2) permet de voir que l'induction maximun du cycle dynamique est supérieure à l'induction du cycle statique, que la différence entre les inductions rémanentes est faible, et enfin que le champ coercitif du cycle dynamique est supérieur à celui du cycle statique.

Nous avons, pour obtenir des cycles directement comparables, alimenté le circuit avec un courant maximum de même intensité dans les deux méthodes. Une remarque faite dans la suite de l'exposé, montrera comment a été déterminée la valeur de ce courant maximum.

Ces premières constatations sont en accord avec une des premières notes de M. Lapp, sur ses nombreux travaux concernant le magnétisme [1] dans laquelle l'auteur relate que : « le cycle d'hystérésis est connu depuis longtemps, mais la nature interne du phénomène est mal élucidée. Dans certaines conditions, si l'on trace le cycle rapidement, par exemple, des complications s'introduisent : le cycle statique, obtenu par points, diffère du cycle dynamique, tracé rapidement.

Le cycle dynamique est toujours plus large que le cycle statique, il est parfois même déformé ».

En effet, lors de l'essai du tore, en courant alternatif, nous avons remarqué sur la figure 3, représentant le cycle dynamique obtenu au cathodique, une légère dissymétrie entre la branche montante et la branche descendante.

1. *Journal de physique et Radium*, 1923. Ch. Lapp « Sur l'hystérésigraphe ».

Il nous a paru intéressant cependant de savoir par quelques expériences, si cette déformation provenait du cathodique, ou bien si effectivement le courant alternatif avait déformé le cycle.

Pour essayer de procéder à cette vérification, nous avons songé à éliminer les déformations que pouvait introduire le cathodique, en enregistrant simultanément les courbes de tension et de courant primaire à l'aide d'un oscillographe électromagnétique.

Nous avons à cet effet utilisé un oscillographe de la Cambridge Cie, pour enregistrer en fonction du temps, les courbes de la tension d'alimentation et du courant traversant le circuit magnétique étudié.

II. — Méthode de l'oscillographe electromagnétique.

Principe de l'oscillographe.

L'oscillographe électromagnétique Cambridge que nous avons utilisé comportait six équipages, constitué chacun d'eux par un galvanomètre à cadre mobile. Le cadre consiste en une simple boucle de fil tendu de manière à réduire au minimum l'inertie de l'équipage. Sur cette boucle est fixé un petit miroir plan.

L'ensemble de l'équipage est placé dans un bain d'huile destiné à fournir un amortissement convenable.

Chaque équipage est placé dans un champ directeur, développé par un puissant aimant permanent en acier au cobalt. Chaque équipage peut être réglé individuellement.

Le dispositif optique présente la disposition suivante :

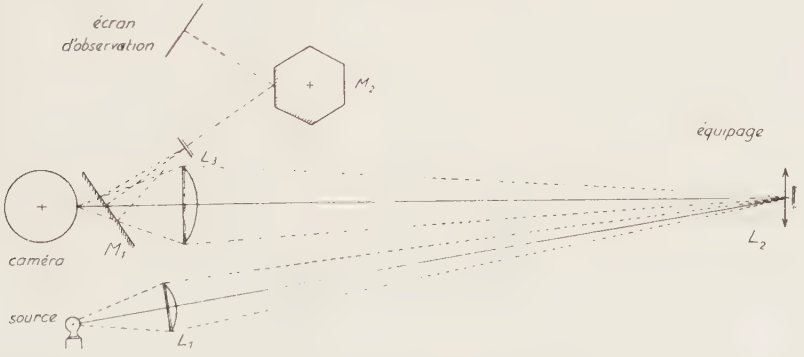


Fig. 4. — Système optique de l'oscillographe Cambridge.

Une source lumineuse constituée par une lampe de projecteur de 32 W. éclaire une fente réglable placée entre cette source et un condensateur L_1. Ce dernier fournit sur le miroir de l'équipage, une image ponctuelle de la fente qui est reprise par la lentille biconvexe L_2, puis par la lentille cyclindrique L_3 qui donne à son tour un spot brillant.

Pour effectuer un enregistrement, le spot est reçu sur l'obturateur de la caméra.

L'observation du phénomène étudié est obtenue en intercalant sur le trajet du faisceau un miroir M_1, qui le réfléchit à son tour sur les miroirs tournants M_2 entraînés par un moteur à vitesse variable. L'image est enfin reçue sur écran en verre dépoli destiné à l'observation.

Tracé du cycle d'hystérésis à partir d'enregistrements à l'oscillographe électromagnétique.

Ayant relevé les courbes tension et courant à l'oscillographe électromagnétique, nous pouvons en déduire graphiquement le cycle d'hystérésis correspondant.

Nous avions ainsi en présence trois méthodes :

— le relevé par points, par la méthode du balistique,

— le relevé photographique à l'oscillographe cathodique,

— le tracé graphique à partir des enregistrements à l'oscillographe électromagnétique.

Ces trois méthodes donnaient des cycles présentant certaines différences. Nous avons donc voulu, à partir de ces quelques expériences, examiner comment ces différenes se présentaient et analyser leur importance.

Les deux premières méthodes ont été exposées dans les chapitres précédents, nous donnerons quelques points de détails relatifs à la dernière.

Etalonnage des équipages.

La courbe de courant dans le circuit magnétisant n'étant pas sinusoïdale, par suite de l'hystérésis, la relation :

$$I_m = I_{eff}\sqrt{2}$$

ne saurait être utilisée.

Pour déterminer avec exactitude, la valeur maxima correspondant à une valeur efficace I_{eff} nous avons procédé comme suit :

Nous avons alimenté l'équipage ampéremètrique de l'oscillographe avec un courant sinusoïdal, dont nous avons mesuré la valeur efficace.

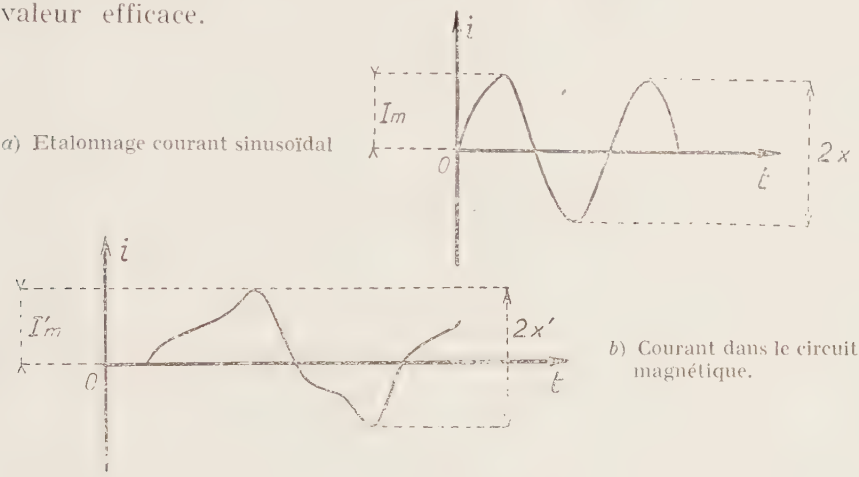


Fig. 5. — Etalonnage de l'équipage ampéremètrique de l'oscillographe.

Soient :

I_m la valeur maximum du courant sinusoïdal, représentée sur l'enregistrement par x m/m

I'_m la valeur maximum du courant non sinusoïdal traversant l'enroulement magnétisant du circuit magnétique représentée par x' m/m.

Or pour le courant sinusoïdal nous avons :

$$I_m = I_{eff}\sqrt{2}$$

d'où nous pouvons écrire en considérant le rapport des amplitudes :

$$\frac{2\,I_{eff}\sqrt{2}}{2\,I'_m} \qquad \frac{2\,x}{2\,x'}$$

soit :

$$(8) \qquad I'_m = I_{eff}.\sqrt{2}.\frac{x'}{x}$$

Nous pouvons donc à l'aide de cette relation, en partant de l'enregistrement des courbes de courant et de l'étalonnage, calculer la valeur maximum du courant magnétisant pour chaque cycle étudié.

Les figures 6 — 7 — 8 — 9 représentent quelques uns des enregistrements obtenus.

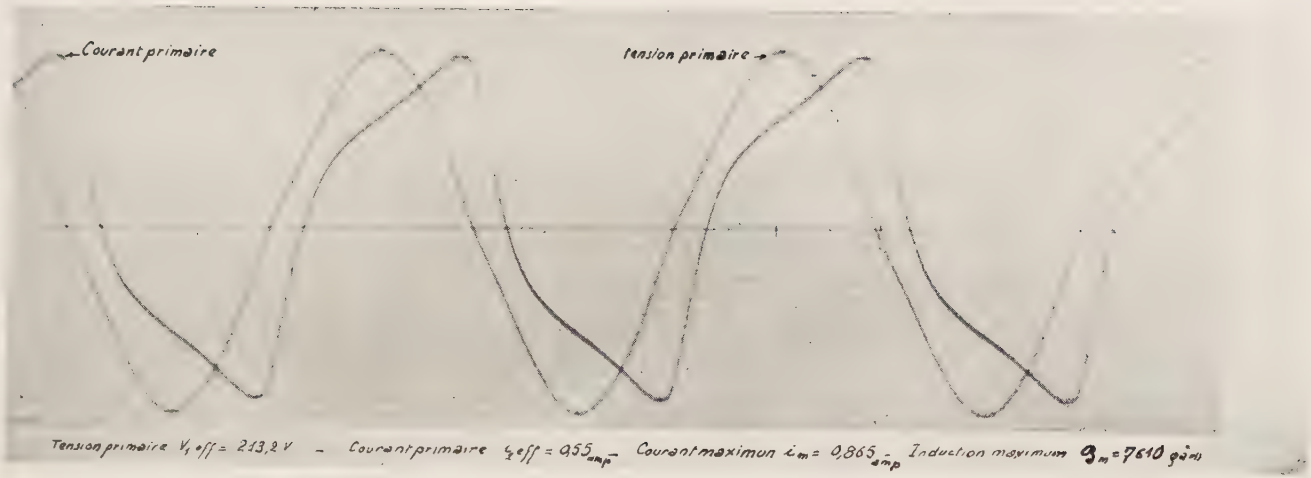

Courant primaire
Tension primaire
Tension primaire V_1 eff = 213,2 V – Courant primaire i_{eff} = 0,55 amp – Courant maximun i_m = 0,865 amp Induction maximum $\mathfrak{B}_m$ = 7610 gauss

Fig. 6.

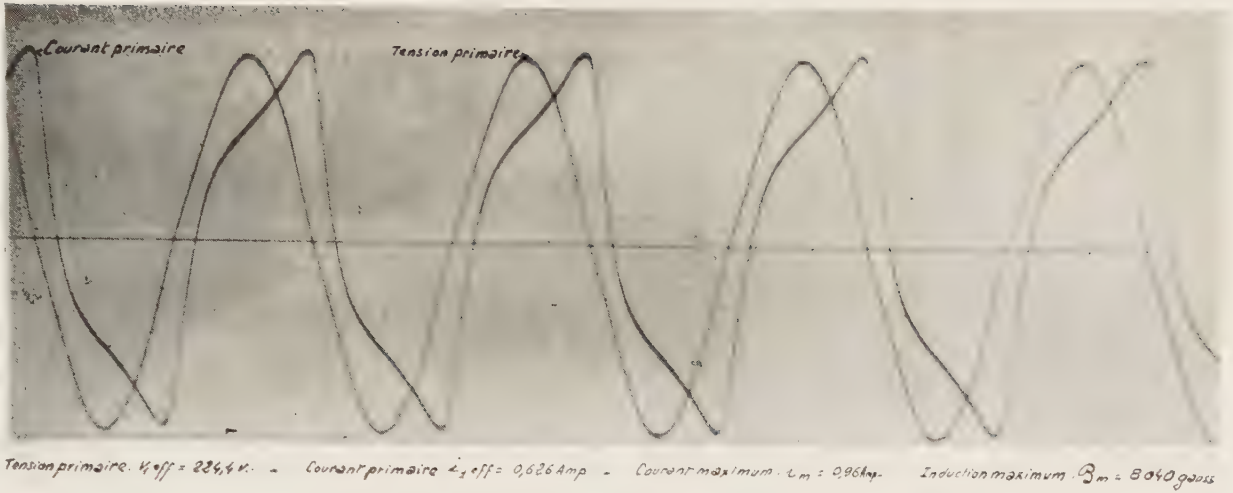

Courant primaire
Tension primaire
Tension primaire. V1 eff = 224,4 V. - Courant primaire I1 eff = 0,626 Amp - Courant maximum Im = 0,86 Amp. Induction maximum Bm = 8040 gauss

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 3.

Utilisation des diagrammes.

Nous avons d'abord vérifié que la courbe de tension se confondait avec la sinusoïde correspondante, calculée et tracée par points.

Il résulte de l'équation instantanée :

$$e = ri + N \frac{d\Phi}{dt}$$

où le premier membre est une fonction sinusoïdale du temps, le premier terme du second membre étant négligeable par suite de la faible résistance de l'enroulement magnétisant, que la variation du second terme sera la même que celle qui représente les variations de la différence de potentiel aux bornes.

Si S est la section du fer,
N le nombre de spires dans l'enroulement magnétisant,
$\mathfrak{B}$ l'induction.

la f.e.m. induite, e, à un instant donné sera :

$$e = N.\,S.\,\frac{d\mathfrak{B}}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ volts.}$$

On voit donc que connaissant la courbe de la différence de potentiel en fonction du temps, on peut en déduire la variation de l'induction en fonction du temps par un décalage de $\pi/2$ en arrière c'est-à-dire d'un 1/4 de période.

La variation de l'induction sera donc de la forme :

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \sin \omega t$$

d'où

$$e = N.\,S.\,\mathfrak{B}_m.\,\omega \cos \omega t$$

soit en valeur efficace :

$$E_{eff} = N.\,S.\,\omega\,\frac{\mathfrak{B}_m}{\sqrt{2}}$$

L'expression en volts sera :

$$E_{eff} = N.\,S.\,\omega.\,\frac{\mathfrak{B}_m}{\sqrt{2}}.\,10^{-8} \text{ volts.}$$

En remplaçant ω par sa valeur :

$$E_{eff} = N.\,S.\,2\pi f.\,\frac{\mathfrak{B}_m}{\sqrt{2}}\,10^{-8} \text{ volts.}$$

Nous aurons pour l'induction maximum, la valeur :

$$(9) \qquad \mathfrak{B}_m = \frac{E_{eff}}{1{,}11.\,N.S.\,f.} \cdot 10^{8}$$

Partant de ces éléments connus, variation de l'induction en fonction du temps, variation du courant magnétisant en fonction du temps, nous avons construit par la méthode graphique, les variations de l'induction en fonction du courant, c'est-à-dire le cycle d'hystérésis.

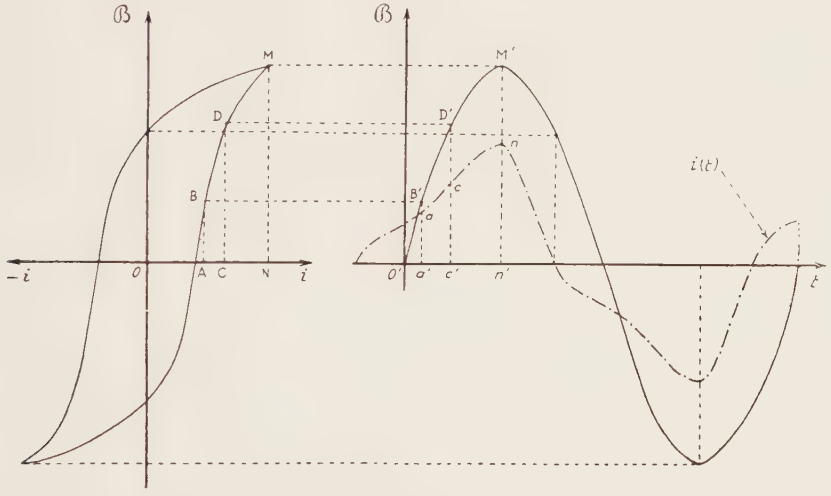


Fig. 10. — Construction graphique du cycle à partir des courbes tension-courant en fonction du temps.

En effet, soit c' D' une valeur de l'induction sur $\mathcal{B}$ (t) au point D' correspondra un point D sur la courbe $\mathcal{B}$ (i) tel que

$$C\,D = c'\,D'$$

A cette valeur de l'induction correspond un courant cc' sur i (t) que l'on retrouve en OC sur l'axe des courants Oi

Le point D du cycle d'hystérésis $\mathcal{B}$ (i) se trouvera donc à l'intersection de CD et de D D'

$$OC = cc' \qquad\qquad CD = c'\,D'$$

En opérant ainsi de proche en proche, on obtient le tracé par points du cycle cherché.

OC = cc'	OA = a'a	ON = nn'
CD = c'D'	AB = a'B'	NM = n'M'

nn' = i_m donne l'échelle des abscisses.

M'n' = $\mathcal{B}_m$ valeur calculée, par la relation (9) nous donne l'échelle des ordonnées.

Nous avons ainsi tracé une famille de cycles, pour le circuit ma-

gnétique considéré, en alimentant le primaire à des tensions différentes.

La planche (3) représente quelques cycles ainsi tracés, correspondants à des valeurs croissantes de la différence de potentiel aux bornes.

Ces différents tracés nous ont permis d'obtenir la courbe $\mathcal{B}_m$ (i_m) lieu des sommets des cycles (planche 4).

Remarques. — Nous ferons cependant deux remarques :

1° On voit sur le schéma de montage ci-dessous :

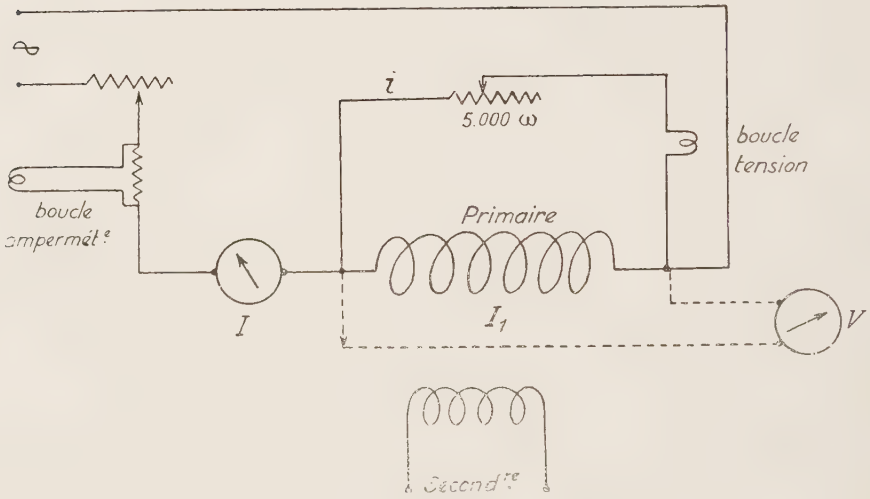


Fig. 11. — Montage de l'oscillographe électromagnétique.

que nous mesurons et enregistrons, le courant total.

Soit i le courantdans le circuit dérivé de la boucle tension

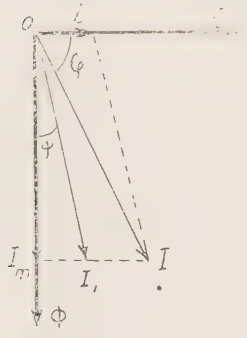


Fig. 12.

I_1 le courant dans l'enroulement magnétisant,

I le courant lu à l'ampéremètre,

le graphique nous donne :

$$\overline{I} = \overline{I_1} + \overline{i}$$

Le courant i est en phase avec la tension, le courant I_1 est déphasé en arrière de cette tension d'un certain angle, le courant I résultant des deux autres est déphasé d'un angle φ.

$$I_1^2 = I^2 + i^2 - 2 I i \cos \varphi$$

$$I_1 = \sqrt{I^2 + i^2 - 2 I i \cos \varphi} \qquad (10)$$

D'autre part, le courant à vide I_1 est différent du courant magnétisant.

Le courant magnétisant I_m est en phase avec le flux Φ donc décalé de $\frac{\pi}{2}$ en arrière sur la tension.

Le courant à vide I_1 est décalé d'un angle ψ avec le courant magnétisant et on a :

$$I_m = I_1 \cos \psi \tag{11}$$

En développant la relation (10) par la formule du binôme, nous avons :

$$I_1 = I - \frac{1}{2}\frac{1}{I}\left[i^2 + 2 I i \cos \varphi \right] - \frac{1}{8}\frac{1}{I^3}\left[i^4 + 4 I^2 i^2 \cos^2 \varphi + 4 I i^3 \cos \varphi \right]$$

Si l'on remarque que $i = \frac{V}{r} \# \frac{V}{5.000}$, soit pour la tension la plus élevée mesurée, c'est-à-dire sensiblement 290 Volts.

$$i = \frac{290}{5.000} \# 0,06 \text{ amp.}$$

nous pouvons négliger les puissances de i par suite de la faible valeur de ce terme, il vient alors pour le courant à vide :

$$I_1 = I - i \cos \varphi \tag{12}$$

Or, $\widehat{\varphi}$ est bien supérieur à 60° il s'en suit que :

$$i \cos \varphi < 0,03$$

$$I_1 = I \left(1 - \frac{i}{I} \cos \varphi \right) \tag{12'}$$

Pour $i = 0,06$ amp. auquel correspond $I = 0,97$ amp., $\frac{i}{I} \cos \varphi$ sera $> 0,03$ mais négligeable devant 1 et on peut écrire :

$$I_1 \approx I$$

Pour se rendre compte de l'ordre de grandeur de l'erreur, considérons le décalage minimum que nous avons pu relever entre la tension et le courant I soit 81° environ pour $I = 0,972$ ampères. ce qui donne :

$$I_1 = 0,972 - 0,06 \times \cos 81°$$
$$I_1 = 0,962 \text{ ampères,}$$

soit en posant $I_1 \approx I$ une erreur de 1 % valeur inférieure aux erreurs d'expériences.

En décalant de T/4 la tension en arrière pour obtenir la variation de l'induction, le décalage entre cette courbe et la courbe du courant est de 9° environ.

On a : $I_m = 0{,}962 \times \cos 9^o$

$I_m = 0{,}95$ ampères.

L'erreur commise en prenant $I = I_m$ est donc de 2,5 % environ ce qui est de l'ordre des erreurs d'expériences.

Elle est d'ailleurs encore plus faible si l'on remarque sur le diagramme fig. (12) que ψ est $< \frac{\pi}{2} - \varphi$.

Nous voyons donc que l'on ne commet pas une erreur importante en prenant comme variation du courant magnétisant, la courbe de courant enregistrée.

2° La f.e.m. induite dans l'enroulement est la différence entre la différence de potentiel aux bornes et la chute de tension par résistance dans l'enroulement.

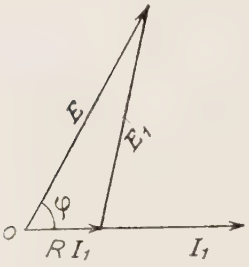


Fig. 13.

Si R est la résistance de cet enroulement,
I_1 le courant dans l'enroulement.

On a le diagramme représenté figure 13.
E_1 = f.e.m. induite de l'enroulement,
E = indication du voltmètre.
RI_1 est en phase avec I_1, donc déphasé en arrière de $\widehat{\varphi}$ sur E.

$$\overline{E_1}^2 = \overline{E}^2 + \overline{RI_1}^2 - 2\,\overline{E}.\,\overline{RI_1}\cos\varphi$$

$$(13) \qquad E_1 = \sqrt{\overline{E}^2 + \overline{RI_1}^2 - 2\,E\,RI_1\cos\varphi}$$

Le développement de cette relation est de la forme :

$$E_1 = E + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad \ldots$$

En examinant les termes successivement, on voit que ε_2 contenant les puissances supérieures de RI_1, est négligeable, R étant faible. Quant au premier terme ε_1 le développement donne :

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2 I_1^2}{E} - R\,I_1\cos\varphi$$

et le calcul effectué conduit à : $\frac{1}{2}\frac{R^2 I_1^2}{E} < 1/100^e$ de volt donc on peut négliger le premier terme de ε_1, devant E. Il resterait :

$$E_1 = E - RI_1\cos(\varphi + \varepsilon)$$

si l'on remarque fig. 12 que le déphasage de I_1 sur E donc RI_1 sur E est $> \varphi$ soit $(\varphi + \varepsilon)$.

Le calcul de $RI_1\cos\varphi$ en prenant pour φ le décalage minimum précédemment cité, de 81°, donne un terme inférieur à 3/10 volt.

Il s'en suit que pour $(\varphi + \varepsilon)$ le terme correctif $RI_1 \cos(\varphi + \varepsilon)$ sera encore inférieur à la valeur 3/10 volt.

Nous pouvons donc écrire :

$$E_1 \simeq E$$

et prendre par suite pour valeur de la f.e.m. induite dans l'enroulement primaire, la valeur enregistrée. C'est donc bien cette dernière valeur qui interviendra pour le calcul de l'induction $\mathcal{B}_m$.

Le calcul effectué pour le cas précédent, donne une erreur de 0,1 % environ.

Comme l'induction $\mathcal{B}_m$ calculée est proportionnelle à E, l'erreur sur $\mathcal{B}_m$ sera d'environ 0,1 % valeur admise, comme inférieure aux erreurs d'expérience.

Comparaisons des divers résultats.

Reprenant la méthode statique du balistique, exposée précédemment, nous avons tracé une série de cycles pour des courants magnétisants de valeurs croissantes.

A l'aide de ces mesures nous avons pu tracer le lieu, des sommets des cycles obtenus.

La planche 4 donne l'allure de cette courbe.

Comparaisons des courbes lieux de $\mathcal{B}_m$.

La comparaison de ces deux courbes $\mathcal{B}_m$ en fonction du courant magnétisant maximum I_m, montre que : pour un même courant maximum l'induction maximum est plus élevée pour le cycle dynamique tracé à partir de l'enregistrement à l'oscillographe que pour celui déduit des mesures faites au balistique.

Cependant, pour la région des champs plus faibles, c'est-à-dire inférieures à 4 gauss environ, il n'apparaît pas de différence entre les inductions maximum.

L'intensité du courant maximum dans le circuit magnétique, pour la méthode du balistique est égale à celle du courant maximum déduite des enregistrements des courants et des étalonnages utilisés pour le tracé du cycle dynamique.

Pour obtenir dans le même circuit magnétique, une induction maximum $\mathcal{B}_m$ de même valeur, avec la méthode statique et avec la méthode dynamique, il faut un courant magnétisant dans l'étude statique supérieur au courant magnétisant nécessaire lors de l'alimentation en courant alternatif.

Ceci semble dans les conditions de nos expériences en désaccord avec les résultats signalés par M. Maurain dans une publication de ses travaux sur le ferromagnétisme.

Il semble utile de signaler que plusieurs auteurs qui se sont préoccupés de la question, ont trouvé des divergences entre leurs résultats.

C'est ainsi que M. Kühns ne retrouve pas les mêmes résultats que M. Maurain dans les essais qu'il a pu effectuer sur des éprouvettes en acier doux.

Comparaisons entre le cycle statique et le cycle dynamique.

Au cours de nos comparaisons, entre le cycle obtenu par la méthode du balistique et celui déduit par points des enregistrements des courbes tension primaire et courant primaire, nous allons considérer :

1° Le cas où l'induction maximum aurait dans les deux méthodes la même valeur.

2° Le cas où le courant maximum serait le même dans les deux méthodes.

1° *Comparaison entre les cycles pour une même induction* $\mathcal{B}_m$.

Nous avons alimenté le circuit magnétique pour la méthode d'Ewing en faisant passer dans l'enroulement magnétisant un courant maximum de 1,38 ampère.

Les relations (5) et (7) de la méthode statique permettent de tracer le cycle correspondant.

L'induction maximum trouvée est de 8.400 gauss.

Considérons maintenant le cycle dynamique déduit des enregistrements courant-tension primaires à l'oscillographe.

La tension primaire de 235 V. et les caractéristiques du circuit permettent de calculer par la relation (9) l'induction maximum. La valeur calculée pour cette dernière est $\mathcal{B}_m = 8.400$ g.

Il était alors possible de comparer les cycles statique et dynamique pour une même induction $\mathcal{B}_m$.

La planche (5) montre la comparaison.

On voit que pour une même induction maximum $\mathcal{B}_m$, l'intensité du courant maximum pour le cycle statique est supérieure à l'intensité du courant maximum correspondant au cycle dynamique.

Cette valeur de l'intensité maximum a été déterminée, comme exposé précédemment, à l'aide de l'enregistrement du courant et de l'étalonnage de l'équipage.

D'autre part, le champ coercitif est plus grand pour le cycle dynamique que pour le cycle statique.

2° *Comparaison entre les cycles pour un même courant maximum.*

Nous avons :

d'une part le cycle dynamique dont l'induction maximum calculée est 7.610 gauss et le courant maximum, correspondant 0,87 amp. ;

d'autre part le cycle statique qui pour un courant maximum de 0,87 amp. présente une induction maximum de 7.250 gauss ;

La planche (6) montre ces deux cycles.

On remarque que pour un même courant maximum, l'induction calculée en alternatif est supérieure à celle déduite de la méthode d'Ewing.

L'induction rémanente est sensiblement plus grande pour le cycle statique que pour le cycle dynamique, tandis qu'au contraire, le champ coercitif est plus grand pour le cycle dynamique que pour le cycle statique.

Pour essayer de résumer ces divers résultats, nous avons tracé à partir des cycles précédemment relevés, expérimentalement une série de courbes.

Les divers points caractéristiques d'un cycle sont :

— l'induction maximum : $\mathcal{B}_m$,

— le courant maximum : I_m,

— l'induction rémanente : $\mathcal{B}_r$.

— le champ coercitif $\mathcal{H}_c$ ou toute chose égale d'ailleurs,

— le courant : I_c.

Sur la planche (7) sont représentées les variations de :

$$\mathcal{B}_m\,(\mathcal{B}_r)\,;\quad \mathcal{B}_m\,(I_c)\,;\quad \mathcal{B}_r\,(I_m)$$

pour les cycles statiques relevés par la méthode du balistique et les cycles dynamiques relevés à partir des enregistrements à l'oscillographe électromagnétique.

L'exploitation de ces divers résultats nous permet de dire que :

1° Pour une même induction maximum dans le circuit magnétique :

α) l'intensité maximum en statique est supérieure à l'intensité maximum en dynamique (Pl. 4),

β) l'induction rémanente en statique est supérieure à l'induction rémanente en dynamique (Pl. 7),

sauf cependant dans le cas des inductions maximum élevées où l'induction rémanente pour les deux tracés aurait sensiblement la même valeur,

γ) le champ coercitif du dynamique est supérieur au champ coercitif en statique (Pl. 7) ce qui revient à dire que le cycle dynamique est plus large que le cycle statique.

2° Pour un même courant maximum dans l'enroulement magnétisant :

α) l'induction maximum en dynamique est supérieure à l'induction maximum en statique (Pl. 4),

β) l'induction rémanente en dynamique est sensiblement égale à l'induction rémanente en statique pour des champs inférieurs à 9 oerstedts et devient légèrement supérieure dans le cas des courants plus élevés donc des champs supérieurs à 9 oerstedts (Pl. 7),

γ) le champ coercitif du cycle dynamique est supérieur au champ coercitif du cycle statique (Pl. 4 et 7).

Nos résultats sont en partie en accord avec ceux déjà indiqués par M. Lapp et résumés par la figure suivante qu'il a présentée :

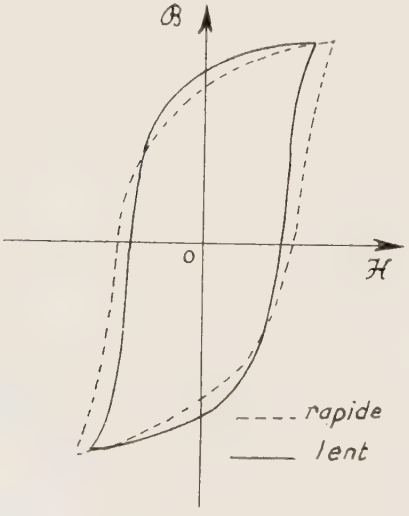


Fig. 14.

« Le cycle dynamique est toujours plus large que le cycle statique ».

Quant à l'induction rémanente il nous paraît que l'on peut ajouter qu'elle est plus élevé pour le cycle statique, mais que cette différence tend à disparaître pour des cycles correspondants à une induction maximum de 9.000 gauss.

En conséquence, ainsi que nous venons de le voir, l'induction rémanente du cycle statique est supérieure à celle du cycle dynamique si l'on compare deux cycles correspondant à une même valeur de l'induction maximum, tandis que le résultat constaté est inverse si les cycles comparés correspondent à une même valeur du champ maximum.

Comparaisons entre le cycle dynamique obtenu au cathodique et le cycle déduit des enregistrements à l'oscillographe électromagnétique.

Comme on peut le voir sur les tracès, le cycle dynamique obtenu directement à l'oscillographe cathodique diffère du cycle déduit des relevés effectués à l'oscillographe électromagnétique (V_1 I_1).

La planche (8) montre la comparaison des cycles obtenus par ces deux méthodes pour un même courant maximum.

La planche (9) donne les différences pour une tension d'alimentation ayant sensiblement la même valeur dans les deux cas (226 volts au cathodique, 224,5 volts à l'oscillographe).

Pour une même induction (Pl. 9) le cycle déduit des enregistrements au Cambridge est plus large que celui obtenu au cathodique, le champ coercitif qui lui correspond est supérieur de 20%, les inductions rémanentes ne présentant qu'une différence très faible.

Pour un même courant maximum (Pl. 8) les inductions maximum différent de 6% et les inductions rémanentes de 7% environ.

Enfin, le cycle déduit des enregistrements au Cambridge est de 18% environ plus large que celui du cathodique.

Il semble que la méthode du cathodique déforme le cycle d'hystérésis. D'une part, la méthode utilise le courant primaire qui n'est pas le courant magnétisant ; le secondaire étant fermé sur une capacité il intervient alors entre la f.e.m. et le flux, un déphasage différent de 90° et l'induction maximum calculée à partir des tensions est entachée d'erreurs.

D'autre part, étant donné que la tension aux bornes de la capacité est faible, il y a nécessité d'intercaler l'amplificateur de l'oscillographe, et ce dernier peut introduire de la distorsion sur la forme du cycle.

Néanmoins pour des comparaisons entre échantillons, la méthode de l'oscillographe cathodique peut permettre d'obtenir rapidement une donnée qualitative sur la forme éventuelle du cycle, à condition toutefois de ne rien modifier aux caractéristiques du circuit et au montage.

III. — Méthode électromagnétique de M. Goldstein.

Pour compléter ces études, nous avons appliqué au même circuit magnétique une méthode un peu différente (présentée par M. Goldstein dans la *Revue Brown Boveri* de juillet 1945). Les constantes du circuit restant les mêmes que précédemment, la méthode utilise, au lieu de la tension primaire, la tension secondaire enregistrée à l'oscillographe. Le procédé graphique de la détermination du cycle est basé sur l'intégration de la courbe de tension secondaire.

Principe de la méthode. — Relations fondamentales.

Le tore T à essayer est branché conformément au schéma ci-dessous :

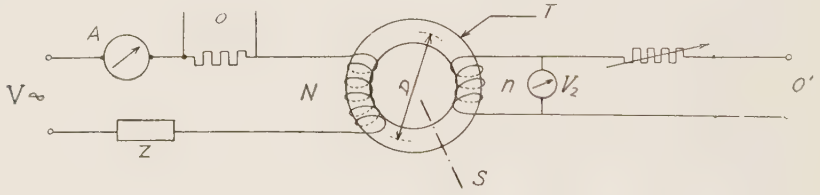


Fig. 15. — Schéma du montage.

S = section du tore T en cm².
l = longueur de la ligne moyenne = π D. cm.
N = enroulement primaire du circuit.
n = enroulement secondaire du circuit.
V = tension d'alimentation.
V_2 = tension aux bornes du circuit secondaire.
O, o' = bornes de l'oscillographe.

L'oscillographe utilisé est celui ayant servi aux enregistrements précédents avec un équipage branché en ampéremètre et l'autre en voltmètre.

Si V_2 est la tension instantanée aux bornes de l'enroulement secondaire n, la loi de l'induction nous donne :

$$V_2 = \frac{d\,\Phi}{dt} = n.\,S.\,\frac{d\,\mathfrak{B}}{dt}$$

Φ = flux dans l'enroulement n, $\mathfrak{B}$ = induction dans le noyau.
S = section du noyau.

La relation s'écrit encore : $d\mathfrak{G} = \frac{V_2}{n.S} dt.\ 10^{+8}$ gauss.

En intégrant, on tire :

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_0 + \frac{10^8}{n \times S} \int_{t_0}^{t} V_2\, dt$$

$\mathfrak{G}_0$ étant une constante arbitraire.

En prenant pour t_0 l'instant où la tension V_2 est nulle, le courant i ayant alors sa valeur maximum, l'induction $\mathfrak{G}$ correspond au sommet du cycle donc à $-\mathfrak{G}$ max. et par suite $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_0$ soit $\mathfrak{G}_0 = -\mathfrak{G}_{max}$.

Pour i croissant de $-i$ max à $+i$ max. $V_2 = o$ pour $t_0 = o$

$V_2 = o$ pour $t = T/2$

D'où l'intégrale entre ces deux limites nous donne :

$$2\,\mathfrak{G}_{max} = \frac{10^8}{n.S} \cdot \int_{o}^{T/2} V_2\, dt$$

T = période de la tension alternative.

soit la relation donnant l'induction au sommet :

$$(1) \qquad \mathfrak{G}_{max} = \frac{1}{2} \frac{10^8}{n.S} \cdot \int_{o}^{T/2} V_2\, dt$$

Elle représente la variation de l'induction pendant une demi-période.

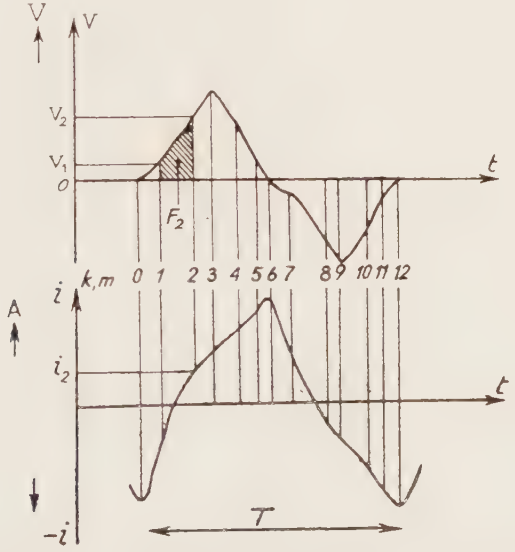


Fig. 16. — Utilisation des courbes tension secondaire et courant primaire.

Si l'on divise la courbe de tension en m tronçons, les surfaces qui en résultent $F_1 \ldots F_m$ peuvent être respectivement planimétrées. Elles représentent une variation de flux $\Delta\ \Phi$ correspondant à une variation $\Delta\ \mathcal{B}_k$ que l'on peut écrire :

$$(2) \qquad \Delta\ \mathcal{B}_k = \frac{10^8}{n.\ S} \cdot F_k$$

F_k étant la surface de la courbe de tension entre $t = o$ et t_k. En un point quelconque m, l'induction devient :

$$(3) \qquad \mathcal{B}_m = \mathcal{B}_o + \sum_{k=1}^{k=m} \Delta\ \mathcal{B}_k$$

$$\text{Or, } \int_o^{T/2} V_2\ dt = \sum_{k=1}^{k=6} F_k \qquad \text{d'où } \mathcal{B}_m = -\ \mathcal{B}_{max.} + \sum_{k=1}^{k=m} \Delta\ \mathcal{B}_k$$

En remplaçant par les équations (1) et (2), la relation (3) devient en un point quelconque m.

$$(4) \qquad \mathcal{B}_m = \frac{10^8}{n.\ S} \cdot \left[-\frac{1}{2} \sum_{1}^{k=6} F_k + \sum_{1}^{m} F_k \right]$$

La force magnétomotrice dont dépend l'induction s'exprime sous la forme :

$$(5) \qquad h_m = i_m \cdot \frac{N}{l}\ {}^{a\text{-}t}/_{cm}$$

i_m étant la valeur du courant au m^ième^ tronçon.

Nous utiliserons les relations (2) (4) et (5) dans notre application.

Application de la méthode au tore étudié.

Nous avons réalisé le montage indiqué fig. 15.

Les caractéristiques du noyau étaient :

Section : $S = 35\ cm^2$.

Longueur du fer l : $l = \pi D_m = 2\pi \times 80 = 500\ m/m = 50\ cm$.

Enroulements : primaire : $N = 360$ spires.

secondaires : $n = 180$ spires.

Il résulte de ces données, les facteurs usuels :

$$\frac{10^8}{n.\ S} = \frac{10^8}{180 \,.\, 35} = 15.866$$

$$\frac{N}{l} = \frac{360}{50} = 7{,}2.$$

La relation (2) devient :

(2') $\Delta \mathcal{B}_k = 15.866\ F_k$ F_k en volts $\times$ sec.

et (4) s'écrit : $\mathcal{B}_m = 15.866. \left| -\frac{1}{2} \sum_{1}^{6} F_k + \sum_{1}^{m} F_k \right|$

avec : $\mathcal{B}_o = -\frac{1}{2} . 15.866. \sum_{1}^{6} F_k = -\frac{1}{2} \sum_{1}^{6} \Delta \mathcal{B}_k.$

Le champ magnétisant se calcule par la relation :

(5) $h_m = 7,2.\ i_m$

A l'aide de l'oscillographe électromagnétique, nous avons enregistré les courbes de la tension secondaire et du courant primaire pour une tension primaire de 226 V. et un courant efficace primaire de 0,615 ampères, auquel correspond en tenant compte de l'étalonnage une valeur maximum de 0,87 ampère (Fig. 17).

Les deux courbes ainsi obtenues ont été divisées en 12 tronçons. (Graphique de la Pl. N° 10).

Le planimétrage des différentes aires hachurées sur la figure 16, nous a permis d'établir le tableau suivant :

Tronçon k, m	Surface F_k Voltsxsec.	Courant i_k Amp.	Variation induction gauss	Induction gauss
0	0	— 0,87	0	— 8.600
1	0,094	— 0,15	+ 1.190	— 7.110
2	0,228	+ 0,214	+ 3.610	— 3.500
3	0,2842	+ 0,39	+ 4.500	+ 1.000
4	0,258	+ 0,54	+ 4.100	+ 5.100
5	0,185	+ 0,78	+ 2.935	+ 8.030
6	0,0394	+ 0,85	+ 625	+ 8.660
7	0,0605	+ 0,18	— 960	+ 7.700
8	0,197	— 0,225	— 3.120	+ 4.580
9	0,270	— 0,375	— 4.280	+ 300
10	0,262	0,51	1.150	3.850
11	0,221	— 0,74	— 3.500	— 7.350
12	0,0757	0,87	1.200	8.550

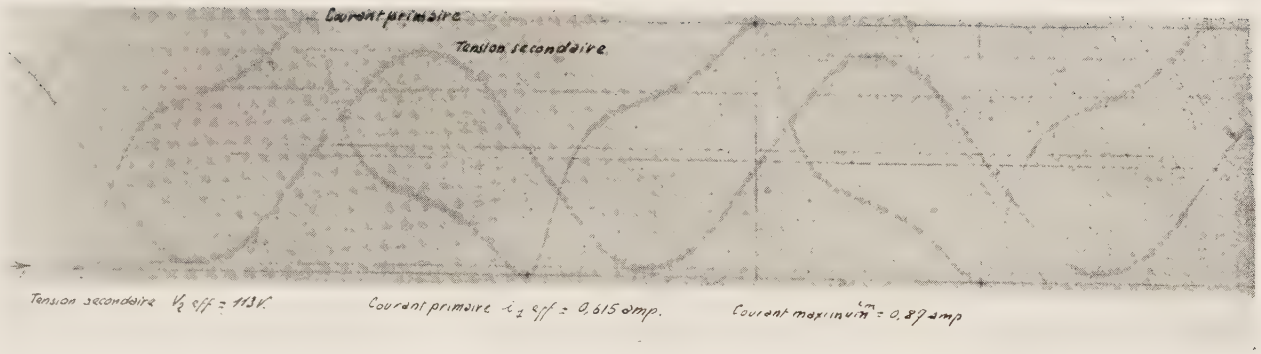


Fig. 17. — Enregistrement des courbes tension secondaire et courant primaire.

A l'aide des valeurs de ce tableau, nous avons construit le cycle d'hystérésis $\mathcal{B}_{max} = 8.600$ gauss $i_{max} = 0{,}87$ a. représenté par la Pl. N° 11.

Comparaisons des cycles dynamiques tracés par les deux méthodes utilisant l'oscillographe électromagnétique.

Nous pouvons donc comparer d'une part le cycle déduit des courbes courant primaire-tension primaire, que nous symboliserons par (V_1, I_1) et d'autre part le cycle déduit des courbes courant primaire-tension secondaire qui sera symbolisé par (V_2, I_1).

Pour un même courant maximum, Pl. N° 12, dans les conditions de nos expériences, la comparaison nous donne :

— une induction maximum déduite de la méthode électromagnétique supérieure de 11,5 %.

— une induction rémanente également supérieure à celle du cycle (V_1, I_1) de 8,7 %.

tandis que son champ coercitif est < au champ coercitif du cycle (V_1, I_1) de 20%.

La planche 12, montre les différences entre ces cycles. Nous pouvons attribuer la différence d'abord au principe même de la méthode : en effet, on utilise la tension aux bornes du secondaire, au lieu de la f.e.m. : le secondaire étant fermé sur la boucle de l'oscillographe et sa résistance de protection élevée, le courant primaire n'est pas le courant magnétisant ; la tension secondaire est proportionnelle au flux maximum, cependant, par suite des fuites magnétiques, le flux dans le circuit est inférieur au flux primaire total, et les courants de Foucault diminuent encore la valeur de ce dernier.

A l'inconvénient de cette méthode, viennent s'ajouter les erreurs d'interprétation graphique des diagrammes.

D'après la relation donnant la variation d'induction $\Delta \mathcal{B}_k$:

$$\Delta \mathcal{B}_k = \frac{10^8}{n.\ S} \cdot F_k$$

une erreur de 1/1000 volt x sec. se traduit par une erreur multipliée par 15.000, soit donc de 15 gauss, sur $\Delta \mathcal{B}_k$; si l'on remarque que l'induction maximum est déduite de la somme des petites surfaces partielles, toutes les erreurs s'ajoutant, l'induction maximun pourra être entachée d'une erreur importante.

A l'échelle du diagramme, 1 m/m ^{2} correspond à environ 0,5/1000

volt × sec., une erreur de 2 m/m² en moyenne sur chaque surface entraînerait une erreur sur $\mathfrak{B}_{max}$ de l'ordre de 90 gauss. Cette condition imposerait de commettre sur les surfaces des erreurs < à 0,3 %, soit une très grande précision.

L'induction maximum calculée à partir de la valeur de la tension d'alimentation serait de 8090 gauss, valeur inférieure à la valeur 8.600 gauss déduite des diagrammes.

IV. — Résumé des comparaisons.

Pour résumer les comparaisons des cycles tracés par les diverses méthodes, nous avons porté sur un même graphique les figures obtenues lors de nos essais.

La planche 13 représente ces cycles pour un courant, dans l'enroulement magnétisant, donnant la même valeur du champ maximum.

L'induction maximum dans le circuit magnétique dépend de la méthode considérée. Cette induction est supérieure pour les cycles dynamiques à celle du cycle statique.

La valeur de l'induction maximum 8.600 gauss, portée sur le graphique, pour la méthode électromagnétique est celle déduite des diagrammes. Cette dernière est plus élevée que la valeur 8.090 gauss que donne le calcul de l'induction à partir de la tension d'alimentation.

Tenant compte de cette remarque, les cycles dynamiques obtenus au cathodique et par la méthode électromagnétique c'est-à-dire par les méthodes utilisant tension secondaire et courant primaire, semblent mieux concorder et par suite représenter assez bien le phénomène ; au contraire le cycle (V_1 I_1) tracé à partir de la tension et du courant primaires s'écarte davantage de ces derniers.

La planche 14 montre les divers cycles pour une tension d'alimentation de valeur sensiblement égale dans le cas des cycles dynamiques.

Il est à noter que le cycle dynamique (V_1 I_1) présente une différence assez importante avec ceux des autres méthodes. Les courbes du cathodique et de la méthode électromagnétique diffèrent légèrement malgré la même remarque que précédemment, en ce qui concerne la valeur de l'induction maximum.

C'est entre le sommet du cycle et l'induction rémanente que la différence est la plus marquée.

Comparaisons des surfaces des cycles tracés par les diverses méthodes.

Les graphiques des planches 13 et 14 nous ont conduit à examiner les aires des divers cycles et de résumer les résultats.

Dans les deux cas envisagés, il est à noter que :

— le cycle dynamique (V_1 I_1) présente la plus grande surface.

— les cycles obtenus au cathodique et par la méthode électromagnétique ont entre eux une différence faible.

Quant au cycle statique, il a la plus petite surface dans l'étude avec un même champ maximum, mais présente au contraire une aire supérieure à celle des deux cycles dynamiques (V_2 I_1) dans les essais à tension d'alimentation sensiblement constante.

Les tableaux ci-dessous résument ces remarques.

En prenant pour base le cycle statique, on obtient :

1er *Cas.* — *Même champ maximum.*

Différence en % entre les aires des cycles	Méthode électromagnétique V_2 I_1	Méthode du cathodique V_2 I_1	Méthode de l'oscillographe électromagnétique V_1 I_1
Cycle statique	+ 16 %	+ 19,5 %	+ 23 %

2e *Cas.* — *Même tension d'alimentation* (même induction maximum).

Différence en % entre les aires des cycles	Méthode électromagnétique V_2 I_1	Méthode du cathodique V_2 I_1	Méthode de l'oscillographe électromagnétique V_1 I_1
Cycle statique	— 19,5 %	— 16 %	+ 6 %

V. — Cycles d'hystérésis pour une tension non sinusoïdale.

Dans les essais correspondants nous nous sommes proposé d'examiner l'allure prise par le cycle d'hystérésis, lorsque la tension d'alimentation n'était plus sinusoïdale.

A cet effet, nous avons utilisé, une tension ayant même valeur efficace que celle relative à l'étude sous tension sinusoïdale et nous avons envisagé la comparaison des phénomènes dans les deux cas.

Le montage réalisé était celui de la figure 2.

L'enregistrement à l'oscillographe cathodique des courbes de tension et de courant en fonction du temps, nous ont par ailleurs permis de tracer par points le cycle d'hystérésis et de le comparer à celui directement obtenu sur l'écran de cet oscillographe.

Les figures 18 et 19 représentent respectivement la courbe de tension et la courbe de courant enregistrées.

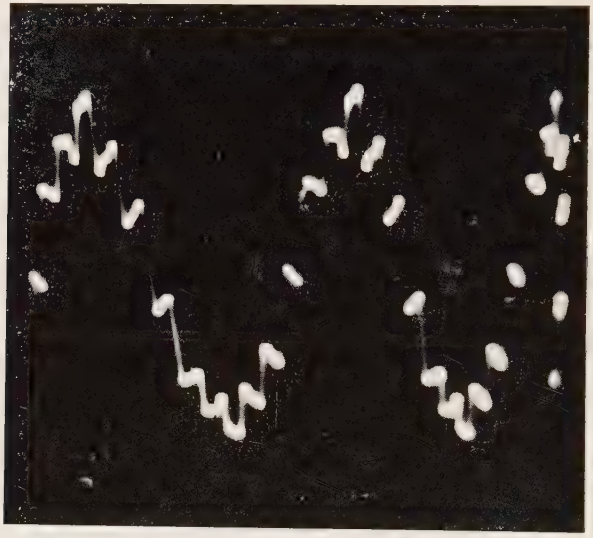


Fig. 18. — Courbe de la tension non sinusoïdale.

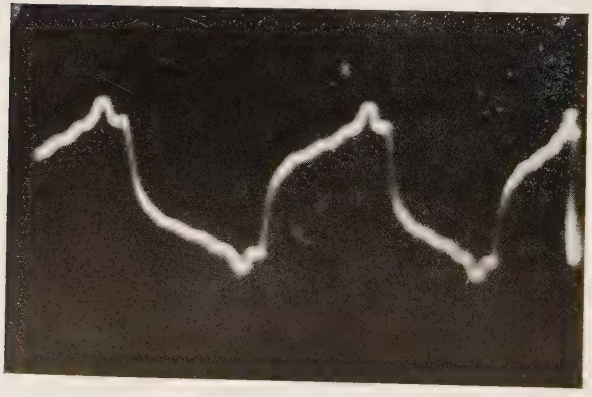


Fig. 19. - - Courbe de courant à vide pour une tension non sinusoïdale.

Ces deux courbes nous ont permis d'obtenir le cycle d'hystérésis représenté sur la planche N° 15, tandis que la figure 20 montre le cycle obtenu directement au cathodique pour la même tension primaire.

Fig. 20. - Cycle obtenu directement au cathodique pour une tension non sinusoïdale.

On remarquera que le cycle déduit par points des courbes de tension et de courant primaire, présente des points très anguleux, contrairement à celui obtenu directement sur l'oscillographe. Ceci résulte de la difficulté d'une part, d'avoir exactement dans l'agrandissement toutes les dentures que présentent les courbes, et d'autre part, de la difficulté de suivre, lors de la construction toutes les sinuosités.

On voit donc ici, plus qu'ailleurs, toute la difficulté que présenterait l'emploi d'une méthode graphique et par suite l'avantage incontestable de l'oscillographe cathodique. Le cycle correspondant est représenté par la photo fig. 20.

Le cycle obtenu par l'alimentation d'une tension non sinusoïdale de fréquence 50 est comparable au cycle tracé, dans les mêmes

conditions, sous une tension d'alimentation très sensiblement sinusoïdale.

La planche N° 16 résume la comparaison de ces cycles. On voit qu'ils se superposent très sensiblement. Cependant, le champ coercitif du cycle en tension non sinusoïdale est légèrement supérieur au précédent. D'autre part, dans la région du maximum, l'extrémité présente une sinuosité accentuée. Les inductions rémanentes sont par contre égales pour les deux cycles.

CHAPITRE III

ÉTUDE DE LA REPRÉSENTATION MATHÉMATIQUE DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS PAR LA MÉTHODE DE M. BRICOURT

Depuis de nombreuses années, on s'est attaché à trouver une formule mathématique qui permette la représentation des cycles d'hystérésis.

M. Piola dans la revue *Electtroteccnica* a proposé une relation simple en assimilant dans sa théorie le cycle à une éllipse, tandis que M. L. Neel trouvait l'équation des cycles de faible amplitude quand le champ $\mathcal{H}m$ est plus petit que le champ coercitif limite, MM. Kennelly et Schunk proposaient des formules empiriques, ne tenant pas compte de l'hystérésis et réduisant le cycle à sa courbe moyenne.

Plus récemment, M. Bricourt dans la R.G.E. de juin 1945, reprit la question en admettant que dans les appareils industriels la chute de tension non inductive dans les enroulements est faible par rapport à la tension appliquée, et que l'induction est une fonction pratiquement sinusoïdale du temps.

La relation $\mathcal{H} = f(\mathcal{B})$ représentative du cycle permettrait donc d'obtenir la loi de variation de l'intensité du courant i.

Nous rappellerons en quelques lignes la méthode proposée par M. Bricourt et en réaliserons une application. Partant ensuite de l'expression représentative du cycle d'hystérésis, que nous admettrons suffisante, nous établirons une relation donnant la variation du courant magnétisant en fonction du temps.

Principes de la représentation.

Il est rationnel d'exprimer le champ magnétisant moyen $\mathcal{H}$ en fonction de l'induction moyenne $\mathcal{B}$, de fréquence égale à celle de la tension appliquée au circuit, par la relation $\mathcal{H} = f(\mathcal{B})$, après avoir permuté les axes habituellement utilisés.

Le cycle de centre de symétrie O est divisé par les axes en 4 parties symétriques 2 à 2 par rapport à l'origine O : 2 petites

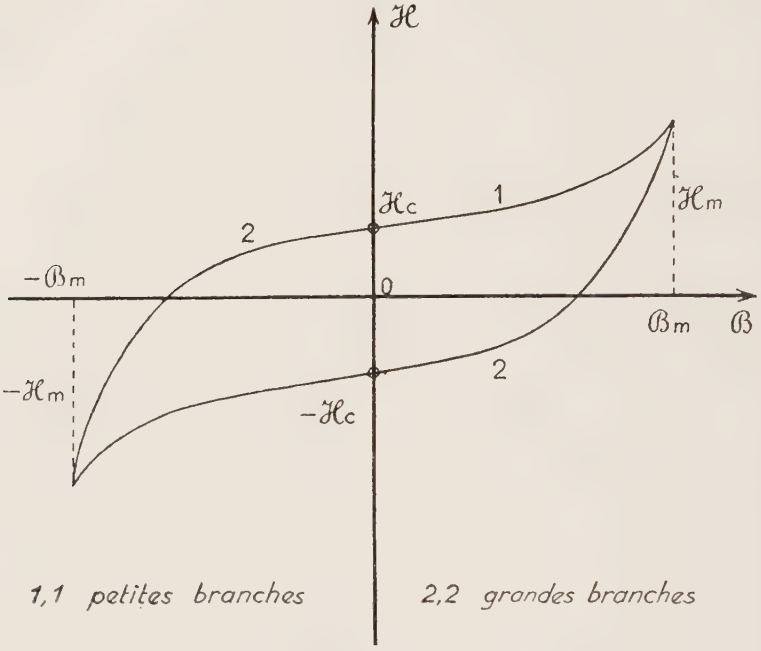


Fig. 21.

branches (1) d'amplitude $\mathcal{H}m$-$\mathcal{H}c$ et 2 grandes branches (2) d'amplitude $\mathcal{H}m + \mathcal{H}c$. Il suffit donc de déterminer deux fonctions f_1 ($\mathcal{B}$) et f_2 ($\mathcal{B}$) représentant respectivement chacune des branches. M. Bricourt élimine ainsi les singularités mathématiques relatives au sommet du cycle, singularités qui apparaîtraient si une seule fonction représentait l'ensemble des variations.

On obtient les fonctions représentatives des deux branches correspondant à la zone $\mathcal{B} < 0$ en écrivant que pour $\mathcal{H} < 0$, $\mathcal{B}$ devient aussi < 0.

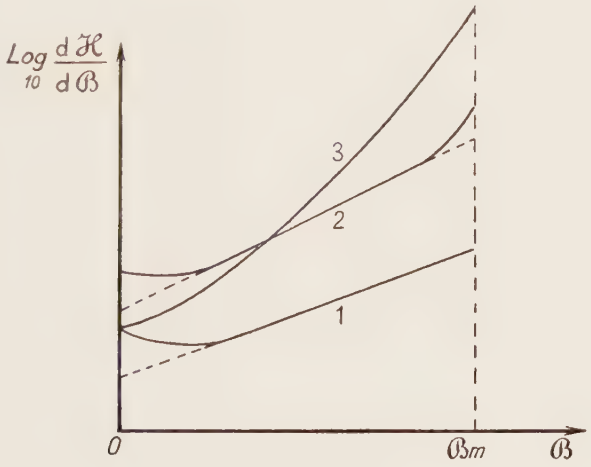
Recherche des fonctions représentatives.

Le choix de la fonction représentative résulte de l'étude des variations du coefficient angulaire de la tangente au cycle relevé expérimentalement.

On relève donc pour des valeurs assez rapprochées de $\mathcal{B}$, les valeurs des tangentes du cycle : $\frac{d\mathcal{H}}{d\mathcal{B}}$. En exprimant $\mathcal{B}$ en kilogauss et $\mathcal{H}$ en oerstedts, $\frac{d\mathcal{H}}{d\mathcal{B}}$ est mesuré en oerstedts/kilogauss, ce qui permet d'obtenir des grandeurs convenables.

Pour représenter les variations de $\frac{d\mathcal{H}}{d\mathcal{B}}$ on trace pour chaque branche une courbe appelée « indicatrice » en portant en abcisses les valeurs de $\mathcal{B}$ en kilogauss et en ordonnées les $\log_{10}$ de $\frac{d\mathcal{H}}{d\mathcal{B}}$. A partir de la forme de cette courbe, on choisit le type de la fonction représentative de la branche du cycle étudié.

M. Bricourt s'appuyant sur ses nombreuses études montre que les indicatrices appartiennent en général à l'une des trois classes suivantes :



1 *indicatrice hyperbolique*
2 *indicatrice hyperbolique avec correction*
3 *indicatrice parabolique*

Fig. 22.

1. — *Indicatrice hyperbolique.* — Lorsqu'à partir d'une valeur de $\mathcal{B}$ bien inférieure à $\mathcal{B}_m$ la courbe est confondue avec l'asymptote rectiligne d'équation : $Y = \alpha + \beta . \mathcal{B}$

2. — *Indicatrice hyperbolique avec correction terminale.* — Ici l'indicatrice se confond sur une certaine longueur avec l'asymptote puis s'en éloigne pour une valeur de $\mathcal{B}$ voisine de $\mathcal{B}_m$.

3. — *Indicatrice parabolique.* — Ceci se produit souvent quand la forme du cycle se rapproche d'un parallélogramme. La courbe a l'allure indiquée par 3.

Pour chacune de ces classes, M. Bricourt a établi au cours de son étude la fonction représentative. D'une façon générale l'équation se présente sous la forme :

$$(1) \qquad f(\mathcal{B}) = \mathcal{H} = A + B.\,Sh.\,C\,\mathcal{B}$$

A.B.C. étant des constantes.

Il convient d'ajouter un terme exponentiel correctif dans le cas de l'indicatrice à correction terminale et parfois dans le cas de l'indicatrice parabolique. Ce terme de la forme : $D.e^{F(\mathcal{B} - \mathcal{B}_m)}$ ou D, F sont des constantes, ne doit avoir de valeur appréciable que pour $\mathcal{B}$ voisin de $\mathcal{B}_m$.

Nous étudierons plus particulièrement le cas de l'indicatrice parabolique, ce dernier cas étant celui qui nous intéresse dans notre essai, comme nous le verrons ci-dessous.

La constante A est facile à déterminer. En effet, c'est l'ordonnée à l'origine de la branche du cycle à représenter. On a donc :

$$(2) \qquad A = \pm \mathcal{H}_c$$

suivant que la branche coupe o$\mathcal{H}$ au-dessus ou au-dessous de l'origine.

On suppose que la variation de $\mathcal{H}$ donnée par la relation (1) peut être représentée correctement par cette formule tant que $\mathcal{B}$ ne dépasse pas une certaine valeur $\mathcal{B}_1$ et on écrit que pour $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1$, $f(\mathcal{B})$ prend la valeur $\mathcal{H}_1$ mesurée expérimentalement, alors que la dérivée est égale au coefficient angulaire $\mathcal{H}'_1$ au point $(\mathcal{B}_1, \mathcal{H}_1)$ du cycle d'où :

$$(3) \qquad \mathcal{H}_1 = A + B.\,Sh\,C\,\mathcal{B}_1,$$

$$(4) \qquad \mathcal{H}'_1 = B.\,C.\,Cosh\,C\,\mathcal{B}_1.$$

En divisant (4) par (3) on a l'équation transcendante à résoudre :

$$(5) \qquad C = \frac{\mathcal{H}'_1}{\mathcal{H}_1 - A} \cdot th\,C\,\mathcal{B}_1.$$

L'équation admet une racine pour : $\dfrac{\mathcal{H}'_1}{\mathcal{H}_1 - A} \geqslant \dfrac{1}{\mathcal{B}_1}$.

La racine est nulle pour : $\dfrac{\mathcal{H}'_1}{\mathcal{H}_1 - A} = \dfrac{1}{\mathcal{B}_1}$.

Pour tous les cas intermédiaires, l'auteur donne un abaque qui fournit la valeur de C.

Ayant calculé ce coefficient C on tire la valeur de B de la relation (3).

$$B = \frac{\mathcal{H}_1 \quad A}{Sh\ C\ \mathcal{B}_1} \tag{6}$$

Reste à déterminer les constantes D et F.

Pour celà on impose à la formule représentative :

$$f\ (\mathcal{B}) = A + B.\ Sh\ C\ \mathcal{B} + D.\ e^{F\ (\mathcal{B} - \mathcal{B}_m)}$$

de donner pour $\mathcal{H} = \mathcal{H}_m$, $\mathcal{B} = \mathcal{B}_m$

d'où

$$D = \mathcal{H}_m - A - B.\ Sh\ C\ \mathcal{B}_m \tag{7}$$

La dernière constante F se détermine en écrivant que la courbe représentative coïncide avec le cycle expérimental pour un point $(\mathcal{B}_2, \mathcal{H}_2)$ compris entre $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_m$.

D'où : $\mathcal{H}_2 = A + B.\ Sh\ C\ \mathcal{B}_2 + D.\ e^{F\ (\mathcal{B}_2 - \mathcal{B}_m)}$

$$F\ (\mathcal{B}_2 - \mathcal{B}_m) = Log_e \frac{\mathcal{H}_2 - A - B.\ Sh\ C\ \mathcal{B}_2}{D}$$

soit en $log._{10}$

$$F = \frac{1}{M\ (\mathcal{B}_m - \mathcal{B}_2)}\ log._{10} \frac{D}{\mathcal{H}_2 - A - B.\ Sh\ C\ \mathcal{B}_2}$$

M = 0,43429 étant le module des log. décimaux.

Application de la méthode au cycle dynamique relevé à l'oscillographe.

Dans le cycle relevé à l'oscillographe, nous avons :

$\mathcal{B}_m = 8.100$ gauss $= 8,1$ kilogauss

$\mathcal{H}_m = 7,36$ oerstedts.

1° *Petite branche* (1).

La construction des tangentes à la branche du cycle et les valeurs

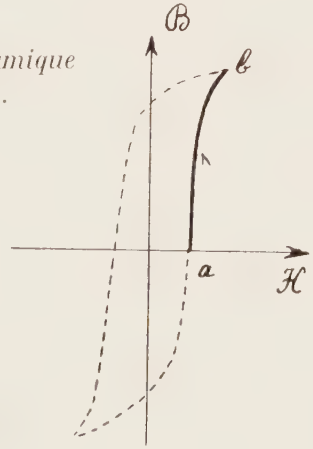


Fig 23

correspondantes consignées dans le tableau ci-dessous, nous ont permis de construire l'indicatrice de la branche 1.

$\mathfrak{B}$ Kilogauss	0	4,6	5,78	6,95	7,52	8,1
$\frac{d\mathfrak{M}}{d\mathfrak{B}}$	0,128	0,212	0,355	0,687	1,41	11,1
$\log_{10}\frac{d\mathfrak{M}}{d\mathfrak{B}}$	1,107	$\bar{1}$,326	1,550	$\bar{1}$,804	0,149	1,149

L'indicatrice est à allure parabolique (Pl. N° 17).

Nous avons $A = + \mathfrak{M}c = 3{,}44$ oerstedts.

Prenons $\mathfrak{B}_1 = 7.000$ gauss $= 7$ kilogauss, la courbe expérimentale donne pour $\mathfrak{B}_1 = 7$ kilogauss, $\mathfrak{M}_1 = 5, 23$ oerstedts.

Tandis que l'indicatrice donne pour cette même valeur de $\mathfrak{B}_1$

$$\text{Log}_{10}\,\mathfrak{M}'_1 = \bar{1}, 854 \qquad \text{soit} \qquad \mathfrak{M}'_1 = 0{,}715 \text{ oerts.}$$

La relation (5) devient :

$$\frac{\mathfrak{M}'_1}{\mathfrak{M}_1 - A} = \frac{0{,}715}{5{,}23 - 3{,}44} = 0{,}40$$

$$\frac{\mathfrak{M}'_1}{\mathfrak{M}_1 - A} > \frac{1}{\mathfrak{B}_1} \text{ car } \frac{1}{\mathfrak{B}_1} = 0{,}143,$$

L'abaque de M. Bricourt donne pour : $\mathfrak{B}_1 = 7$ kilogauss,

$$\frac{\mathfrak{M}'_1}{\mathfrak{M}_1 - A} = 0{,}40$$

$$\text{th } C\,\mathfrak{B}_1 = 0{,}99.$$

La constante C est alors :

$$C = 0{,}40 \times 0{,}99 = 0{,}396.$$

$$C = 0{,}396$$

La relation (6) donne pour la constante B_1 :

$$B_1 = \frac{\mathfrak{M}_1 - A}{\text{Sh } C\,\mathfrak{B}_1} = \frac{1{,}79}{\text{Sh } (0{,}396 \times 7)} = 0{,}229\,;$$

$$B_1 = 0{,}229$$

La fonction représentative est donc :

$$f(\mathfrak{B}) = 3{,}44 + 0{,}229.\ \text{Sh}\ (0{,}396.\ \mathfrak{B}).$$

Les valeurs calculées de $\mathcal{H}$ sont dans le tableau ci-dessous :

$\mathcal{B}$ Kilogauss	$\mathcal{H}$ mesuré oerstedt	$\mathcal{H}$ calculé		$\mathcal{H}$ calculé — $\mathcal{H}$ mesuré	
		sans correction	avec correction terminale	sans correction	avec correction terminale
0	3,44	3,44		0	
2	3,68	3,643		— 0,03	
3	3,90	3,784		— 0,12	
4	4,03	3,978		— 0,05	
5	4,30	4,24		— 0,05	
6	4,54	4,65		+ 0,10	
7	5,23	5,23		0	
7,5	5,72	5,55	5,65	— 0,17	— 0,07
8	6,86	6,12	6,87	0,74	+ 0,01
8,1	7,36	6,24	7,36	1,12	0

Donc, la représentation serait satisfaite jusqu'à $\mathcal{B} = 7$ kilogauss mais ensuite il faut ajouter un terme correctif en imposant à la relation de donner $\mathcal{H}$ 6,86 oerstedts pour $\mathcal{B} = 8$ kilogauss. L'amplitude du terme exponentiel de correction est déterminée en voyant que pour $\mathcal{B}_{max}$, $\mathcal{H}_{calc.}$ 6,24 au lieu de 7,36 la valeur mesurée, donc cette amplitude sera : 7,36 — 6,24 1,12.

D 1,12

On doit avoir :

$$\mathcal{H} = 3{,}44 + 0{,}229\ \mathrm{Sh}\ (0{,}396.\ \mathcal{B}) + 1{,}12\ e^{F\ (\mathcal{B} - 8{,}1)}.$$

Pour $\mathcal{B}$ 8 kilogauss : $\mathcal{H} = 6{,}86$ oerstedts.

$$\mathcal{H} = 6{,}86 = 3{,}44 + 0{,}229,\ \mathrm{Sh}\ (0{,}396 \times 8) + 1{,}12\ e^{F\ (8\ \ 8{,}1)}$$

On en tire immédiatement avec la relation (8)

$$F = \frac{1}{M \times 0{,}1} \log_{10} \frac{1{,}12}{0{,}74} = 23{,}02 \log_{10} 1{,}515$$

$$F = 4{,}15.$$

La fonction représentative de la branche (1) est donc :

$$\mathcal{H}\ \ .\ f\ (\mathcal{B}) = 3{,}44 + 0{,}229.\ \mathrm{Sh}\ (0{,}396\ \mathcal{B}) + 1{,}12.\ e^{4{,}15\ \ (\mathcal{B}\ -\ 8{,}1)}.$$

On voit que jusqu'à $\mathcal{B}$. 7 kilogauss, le terme exponentiel est négligeable ce qui vérifie la relation.

Les valeurs de $\mathcal{H}$ corrigées sont incluses dans le tableau ci-dessus.

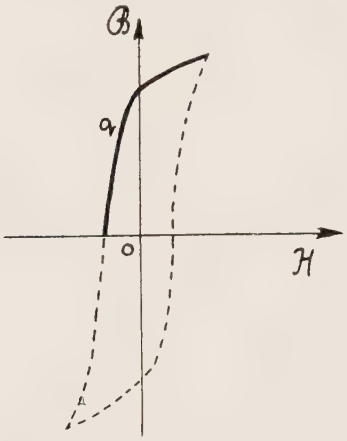


Fig. 21.

On voit que l'erreur moyenne maxima est sensiblement égale à 0,01 $_m\mathcal{H}$ ce qui est dans les limites des erreurs d'expérience.

2° *Grande branche* (2)

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de $\frac{d\mathcal{H}}{d\mathfrak{B}}$ et les termes permettant le tracé de l'indicatrice (Pl. 17). Cette dernière est à allure parabolique.

$\mathfrak{B}$ kilogauss	0	2,3	4,05	5,2	6,36	7,5	7,85	8
$\frac{d\mathcal{H}}{d\mathfrak{B}}$	0,424	0,21	0,21	0,606	2,15	4,41	12,7	20,1
$\log_{10}\frac{d\mathcal{H}}{d\mathfrak{B}}$	$\bar{1}$,627	$\bar{1}$,322	$\bar{1}$,322	$\bar{1}$,782	0,332	0,644	1,1038	1,302

Le premier calcul effectué avec $\mathcal{B} = 7$ kilogauss donnait des erreurs trop élevées, on les évite en réduisant la fonction à $\mathcal{B}_1 = 5$ kilogauss.

Nous avons : $A = -3,44 = -\mathcal{H}_c$; $\mathcal{B}_1 = 5$.

Pour cette valeur la courbe expérimentale donne $\mathcal{H}_1 = -2,09$, alors que l'indicatrice donne :

$$\log_{10} \mathcal{H}'_1 = \bar{1},6 \qquad \text{soit } \mathcal{H}'_1 = 0,4$$

$$\frac{\mathcal{H}'_1}{\mathcal{H}_1 - A} = \frac{0,4}{-2,09 + 3,44} = 0,296 \; ; \; \frac{1}{\mathcal{B}_1} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{\mathcal{H}'_1}{\mathcal{H}_1 - A} > \frac{1}{\mathcal{B}_1}$$

L'abaque donne ici :

$$\text{th } C_2 \mathcal{B}_1 = 0,9$$

d'où la racine :

$$C_2 = 0{,}296 \times 0{,}9 = 0{,}266$$
$$C_2 = 0{,}266$$

$$B_2 = \frac{\mathcal{H}_1 - A}{\mathrm{Sh}\, C_2 \mathcal{B}_1} = \frac{1{,}35}{\mathrm{Sh}\,(0{,}266 \times 5)} = 0{,}77$$

D'où :

$$= \mathcal{H}\, f\,(\mathcal{B}) = -3{,}44 + 0{,}77.\ \mathrm{Sh}\ (0{,}266.\ \mathcal{B})$$

$\mathcal{B}$ kilogauss	$\mathcal{H}$ mesuré oerstedts	$\mathcal{H}$ calculé		$\mathcal{H}$ calculé	$\mathcal{H}$ mesuré
		sans correction	avec correction terminale	sans correction	avec correction terminale
0	— 3,44	— 3,44		0	
1	— 3,2	— 3,24		— 0,04	
2	— 2,95	— 3,00		— 0,05	
3	— 2,7	— 2,76		— 0,06	
4	— 2,45	— 2,48		— 0,03	
5	— 2,09	— 2,06		+ 0,03	
6	— 1,25	— 1,62	— 1,24	— 0,37	+ 0,01
7	+ 0,86	— 0,98	+ 0,82		— 0,04
7.5	+ 2,73	— 0,64	+ 2,76		+ 0,03
8	+ 6,40	0,20	+ 6,42		0,02
8.1	+ 7,36	— 0,17	+ 7,36		0

La fonction s'applique bien jusqu'à $\mathcal{B}_1 = 5$ kilogauss, et au dessus, il y a lieu d'introduire le terme exponentiel en imposant $\mathcal{H} = 6{,}4$ oerstedts pour $\mathcal{B} = 8$ kilogauss. L'amplitude D de ce terme est la différence entre les valeurs mesurée et calculée pour $\mathcal{B}_m$ soit :

$$D = 7{,}53$$

La relation (8) permet immédiatement le calcul de F pour ($\mathcal{B} = 8$ kilogauss, $\mathcal{H} = 6{,}4$ oerstedts).

$$F = \frac{2{,}302}{0{,}1} \log_{10} \frac{7{,}53}{6{,}4 + 3{,}44 - 0{,}77\ \mathrm{Sh}\,(0{,}266 \times 8)}$$
$$F = 1{,}315$$

La fonction représentative de la branche (2) est en définitive :

$$\mathcal{H} = f(\mathcal{B}) = -3{,}44 + 0{,}77.\ \mathrm{Sh}\ (0{,}266.\ \mathcal{B}) + 7{,}53.\ e^{F.\ (\mathcal{B} - 8{,}1)}$$

Les valeurs du champ calculées sont dans le tableau ci-dessus, l'erreur moyenne $\delta = \Sigma \left(\frac{\mathcal{H}_{cal.} - \mathcal{H}_{mes.}}{n} \right)$ pour les n valeurs calculées, donne $\delta = -0{,}015$ tandis que l'erreur quadratique moyenne :

$$\Delta = \sqrt{\Sigma \left(\frac{\mathcal{H}_{cal.} - \mathcal{H}_{mes.}}{n} \right)^2} = 0{,}063$$

Cette dernière est donc bien $< 0{,}01\ \mathcal{H}_m$ et obéit à la loi de Gauss.

En résumé, les fonctions représentatives du cycle d'hystérésis défini par $\mathcal{B}_m = 8.100$ gauss, $\mathcal{H}_m = 7{,}36$ oerstedts sont :

Pour la branche 1 : c'est-à-dire entre $\mathcal{H}_c$ et $\mathcal{H}_m$

$$\mathcal{H} = f(\mathcal{B}) = 3{,}44 + 0{,}229\ \mathrm{Sh}\ (0{,}396\ \mathcal{B}) + 1{,}12\ e^{4{,}15\ (\mathcal{B} - 8{,}1)}$$

Pour la branche 2 : *comprise entre* $+\mathcal{H}_m$ et $-\mathcal{H}_c$

$$\mathcal{H} = f(\mathcal{B}) = -3{,}44 + 0{,}77\ \mathrm{Sh}\ (0{,}266.\ \mathcal{B}) + 7{,}53\ e^{1{,}31\ (\mathcal{B} - 8{,}1)}.$$

CHAPITRE IV

ÉTUDE D'UNE FONCTION REPRÉSENTATIVE DU COURANT

Nous avons vu, au cours de notre exposé que partant de la courbe donnant la variation de $\mathcal{B}$ en fonction du temps et du cycle donnant les variations de $\mathcal{B}$ en fonction du champ ou, toutes choses égales d'ailleurs du courant, on peut en déduire graphiquement la variation du courant magnétisant en fonction du temps.

Si donc, on peut établir une fonction mathématique représentative du cycle, le champ se déduisant du courant par une constante, on aura la loi de variation du courant en fonction de l'induction. Dans notre hypothèse nous avons admis que l'induction suivait une loi sinusoïdale en fonction du temps. On peut donc poser :

$$b = \mathcal{B}_m \sin \omega t$$

Par suite la loi i (b) devient i ($\mathcal{B}_m \sin \omega t$) soit encore $i = f(t)$ et la fonction représentative du courant en fonction du temps peut s'écrire par analogie avec la relation (1) précédente :

$$i = A' + B' \operatorname{sh} (C' \sin \omega t) + D' . e^{F' (\sin \omega t - 1)}$$

En remplaçant ω par $\frac{2\pi}{T}$

$$i = A' + B' \operatorname{Sh} \left(C' \sin \frac{2\pi}{T} t \right) + D' \, e^{F' \left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)}$$

En effet remplaçant $\mathcal{H}$ par sa forme classique dans (1) et $\mathcal{B}$ par $\mathcal{B}_m \sin \omega t$ on a :

$$4 \pi \frac{Ni}{10 . l} = A + B . \operatorname{Sh} (C . \mathcal{B}) + D . e^{F (\mathcal{B} - \mathcal{B}_m)}$$

soit encore :

$$4 \pi \frac{Ni}{10 . l} = A + B . \operatorname{Sh} (C . \mathcal{B}_m \sin \omega t) + D . e^{F (\mathcal{B}_m \sin \omega t - \mathcal{B}_m)}$$

En posant : $K = \frac{10 . l}{4 \pi . N} = C^{te}$ pour un circuit donné, nous avons :

$i = A.K - B.K.Sh\,(C\,\mathcal{B}_m \sin \omega t) - D.K.e^{F.\mathcal{B}_m\,(\sin \omega t - 1)}$

relation qui est bien de la forme :

$$i = A' + B'.Sh\left(C' \sin \frac{2\pi}{T} t\right) + D'.e^{F'\left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1\right)}$$

avec les constantes :

$A' = K.A$; $B' = K.B$; $C' = C.\mathcal{B}_m$; $D' = K.D$; $F' = F.\mathcal{B}_m$.

On voit donc que la fonction représentative de la courbe de courant en fonction du temps, se déduit par une constante de celle représentant le cycle d'hystérésis.

Restant dans les limites de notre hypothèse, la seule connaissance du cycle permet d'en déduire la loi de variation du courant en fonction du temps.

Reprenant cette relation nous avons essayé de l'appliquer au tracé de la variation du courant primaire correspondant au cycle utilisé ($i_{max.} = 0{,}87$ amp.)

La constante K se calcule aisément en partant des données géométriques du circuit. En se référant aux caractéristiques du tore utilisé nous trouvons :

$$K = 0{,}111$$

On en déduit immédiatement les coefficients de la fonction.

Pour la branche (1) : c'est-à-dire pour $0 < t < T/4$

Les constantes deviennent :

$$A' = 0{,}382$$

$$B' = 0{,}0255 \qquad C' = 3{,}2 \qquad D' = 0{,}1245 \qquad F' = 33{,}6$$

d'où l'expression correspondante :

$$i = 0{,}382 + 0{,}0255.Sh\left(3{,}2 \sin \frac{2\pi}{T} t\right) + 0{,}1245.e^{33{,}6\left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1\right)}$$

Pour la branche (2) : correspondant à la variation entre T/4 et T/2 nous avons :

$A' = 0{,}382$; $B' = 0{,}0855$; $C' = 2{,}16$; $D' = 0{,}837$; $F' = 10{,}6$.

la fonction représentative de cette partie devient :

$$i = -0{,}382 + 0{,}0855.Sh\left(2{,}16.\sin \frac{2\pi}{T} t\right) + 0{,}837.e^{10{,}6\left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1\right)}$$

Nous avons calculé pour diverses valeurs de t le courant donné par ces relations. Les résultats sont réunis dans les tableaux 1 et 2 suivants. Nous rappellerons que pour $t = o$ le courant est différent de 0, en effet, à cet instant le champ n'est autre que le champ coercitif.

TABLEAU I

$0 < t < T/4$

t	0	0,001	0,0015	0,002	0,0025	0,0030	0,0035	0,0040	0,0045	0,005
t/T	0	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225	0,25
$\sin \frac{2\pi}{T} t$	0	0,30902	0,45349	0,58779	0,70711	0,80902	0,89101	0,95106	0,98769	0,911
$C'. \sin \frac{2\pi}{T} t$	0	1	1,45	1,88	2,26	2,59	2,86	3,04	3,16	3,2
$Sh \left(C'. \sin \frac{2\pi}{T} t \right)$	0	1,1752	2,0143	3,200	4,71	6,69	8,62	10,50	11,67	12,246
$B' Sh \left(C'. \sin \frac{2\pi}{T} t \right)$	0	0,03	0,0513	0,0815	0,1204	0,1705	0,220	0,268	0,298	0,316
$Sin \frac{2\pi}{T} t - 1$	— 1	— 0,691	— 0,547	— 0,412	— 0,293	— 0,191	— 0,109	— 0,049	— 0,013	0
$F.' \left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)$	— 33,6	— 23,3	— 18,4	— 13,85	— 9,85	— 6,42	— 3,66	— 1,65	— 0,437	0
$F' \left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)$								0,192	0,644	1
e	Terme correctif négligeable									
$D'e F' \left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)$								0,0239	0,080	0,1245
i calculé	0,382	0,412	0,4333	0,4635	0,5024	0,5554	0,6056	0,6739	0,760	0,8225
i mesuré	0,364	0,450	0,482	0,520	0,575	0,635	0,690	0,763	0,810	0,870
i cal. - i mesuré	+ 0,018	— 0,038	— 0,049	0,056	— 0,072	— 0,080	— 0,084	— 0,079	— 0,050	— 0,047

L'erreur quadratique moyenne $\Delta = 0,169$ est inférieure aux 2 100 i max.

L'erreur moyenne $\delta = — 0,053$ est égale aux 6/100 i max.

TABLEAU II

T 1 · t · T 2

t	0,005	0,0055	0,006	0,0065	0,007	0,0075	0,008	0,0085	0,009	0,0095	0,01
t/T	0,25	0,275	0,3	0,325	0,35	0,375	0,4	0,425	0,45	0,475	0,5
$\sin \frac{2\pi}{T} t$	1	0,98769	0,95100	0,89101	0,80902	0,70711	0,58779	0,45349	0,30902	0,15643	0
$C'. \sin \frac{2\pi}{T} t$	2,16	2,13	2,05	1,925	1,745	1,526	1,269	0,98	0,658	0,338	0
$Sh\left(C'. \sin \frac{2\pi}{T} t \right)$	4,325	4,21	3,886	3,48	2,977	2,19	1,64	1,1446	0,70	0,345	0
$B'.Sh\left(C'. \sin \frac{2\pi}{T} t \right)$	0,37	0,36	0,332	0,297	0,251	0,187	0,140	0,098	0,060	0,0295	0
$\sin \frac{2\pi}{T} t - 1$	0	0,013	0,049	0,109	0,193	0,293	0,413	0,547	0,691	0,844	1
$F'. \left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)$	0	—0,1378	—0,5194	— 1,155	— 2,045	— 3,105	— 4,38	— 5,8	— 7,32	— 8,94	— 10,6
$e^{F'\left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)}$	1	0,873	0,593	0,315	0,129	0,045	0,0123	0,003	0,00067	0,000134	
$D'e^{F'\left(\sin \frac{2\pi}{T} t - 1 \right)}$	0,837	0,730	0,496	0,2638	0,108	0,0376	0,0103	0,00251	0,00056	0,000112	
i calculé	+ 0,825	+ 0,708	+ 0,446	+ 0,179	— 0,020	— 0,158	— 0,232	— 0,282	— 0,322	—0,3525	— 0,382
i mesuré	+ 0,870	+ 0,730	+ 0,460	+ 0,203	+ 0,054	— 0,116	— 0,130	— 0,189	— 0,262	— 0,348	— 0,372
i cal. — i mesuré	— 0,045	— 0,022	— 0,014	— 0,024	— 0,034	— 0,042	— 0,102	— 0,093	— 0,060	— 0,004	— 0,01

L'erreur quadratique Δ = 0,135 est inférieure aux 2 10 i max.

L'erreur moyenne δ = 0,025 est légèrement supérieure aux 2/100 i max.

Nous voyons que l'erreur quadratique est dans les limites des erreurs expérimentales.

On remarquera dans les tableaux ci-dessus, que la relation de la branche (1) c'est-à-dire comprise entre $t = o$ et $t = T/4$ donne pour $t = T/4$ une valeur du courant sensiblement égale à la valeur calculée pour $t = T/4$ avec la relation de la branche comprise entre $T/4$ et $T/2$. Elle ne diffère que de 0,4 %.

De même, pour $t = o$ et $t = T/2$ les courants doivent avoir la même valeur mais être de signe opposé, en raison de la symétrie, c'est bien ce que nous donnent les relations respectives.

Nous voyons que les relations proposées permettent de calculer avec assez d'exactitude les variations du courant en fonction du temps.

Nous obtenons donc les fonctions représentatives de la courbe de courant :

pour la partie comprise entre $t = o$ et $t = T/4$

$$i = 0{,}382 + 0{,}0255\,\mathrm{Sh}\left(3{,}2.\sin\frac{2\pi}{T}t\right) + 0{,}1245.e^{38{,}5\left(\sin\frac{2\pi}{T}t - 1\right)}$$

et pour la partie comprise entre $t = T/4$ et $t = T/2$:

$$i = -0{,}382 + 0{,}0855.\,\mathrm{Sh}\left(2{,}16.\sin\frac{2\pi}{T}t\right) + 0{,}837.e^{10{,}6\left(\sin\frac{2\pi}{T}t - 1\right)}$$

CONCLUSIONS

Dans les conditions des expériences que nous avons effectuées lors de l'étude d'un échantillon de fer, nous avons été conduits aux conclusions ci-après, relatives à la comparaison des divers cycles d'hystérésis déduits d'une méthode statique et de méthodes dynamiques :

a) la méthode statique, utilise les variations d'induction dues à des variations du courant magnétisant.

b) Les méthodes dynamiques permettent d'obtenir le tracé du cycle en partant, soit du courant primaire et de la tension primaire, soit de ce même courant et de la tension secondaire.

1° Les résultats obtenus dans ces conditions peuvent être résumés comme suit :

A) La comparaison entre le cycle dynamique obtenu directement à l'oscillographe cathodique et le cycle déduit des enregistrements des courbes tension et courant primaires à l'oscillographe électromagnétique, nous a permis de constater que l'amplificateur du cathodique introduisait une déformation et que par suite il ne paraissait pas convenable de retenir le tracé direct, donné par le cathodique, comme rigoureux.

Cependant, ce tracé direct peut permettre d'obtenir rapidement une comparison entre des échantillons divers.

B) Le cycle statique d'Ewing, présente, pour un courant magnétisant de même valeur maximum, un champ coercitif et une induction maximum inférieurs aux valeurs correspondantes du cycle (V_1 I_1) déduit des courbes tension et courant primaires. L'écart reste cependant assez faible, dans les limites de l'induction maximum atteinte.

C) Pour une même induction maximum, le cycle dynamique (V_1 I_1) déduit des enregistrements à l'oscillographe électromagnétique, présente un champ coercitif plus important que le cycle statique (18% pour une induction maximum de 8.400 gauss) tandis

que l'induction rémanente reste sensiblement la même dans les deux cas.

D) Pour un même courant maximum, le cycle (V_2 I_1) obtenu à partir de la méthode électromagnétique, présente une induction rémanente supérieure de 8% et un champ coercitif inférieur de 20% aux valeurs du cycle (V_1 I_1), déduit des enregistrements de la tension et du courant primaires à l'oscillographe électromagnétique.

E) Les cycles dynamiques tracés, par les méthodes utilisant la tension secondaire, soit directement comme au cathodique, soit à partir d'enregistrements (méthode électromagnétique) présentent entre eux une concordance assez satisfaisante sauf au voisinage du sommet.

F) Les aires des cycles tracés au cathodique et par la méthode électromagnétique (V_2 I_1) diffèrent très peu. Elles sont supérieures à celle du statique dans les cas de champ maximum constant, et lui deviennent inférieures pour des inductions maximum de mêmes valeurs.

En résumé, la comparaison entre les cycles obtenus fait apparaître des divergences :

— d'une part entre le cycle statique et les cycles dynamiques.

— d'autre part, entre les cycles dynamiques obtenus par les diverses méthodes.

Les premières sont d'une manière générale en accord avec les résultats antérieurs signalés, en paticulier par M. Herpin.

Les deuxièmes concernent les écarts existant entre le cycle (V_1 I_1) et les cycles (V_2 I_1) obtenus l'un à partir du cathodique, l'autre à partir de la méthode électromagnétique.

Ces deux derniers tracés sont pratiquement en bon accord, et il semble que l'on peut dire qu'ils donnent une meilleure représentation du phénomène étudié ; par contre, le cycle obtenu à partir du courant primaire et de la tension primaire a tendance à donner des résultats par excès.

2° En vue de préciser l'avantage, pour des mesures qualitatives, de l'enregistrement direct des cycles dynamiques à l'oscillographe cathodique, nous avons recherché la forme présentée par le cycle d'hystérésis dans le cas d'une tension d'alimentation non sinusoïdale.

Le cycle obtenu est affecté sur tout son contour d'une série de

dentelures. Il diffère peu du cycle tracé dans les mêmes conditions, avec une alimentation sinusoïdale.

Nous avons pu constater la difficulté qu'il y aurait à déduire un tel cycle de l'enregistrement des courbes de courant et de tension au primaire.

3° Nous avons repris la représentation analytique d'un cycle d'hystérésis proposée par M. Bricourt, dans laquelle cet auteur s'attache à représenter les variations du champ $\mathcal{H}$ en fonction de l'induction $\mathcal{B}$, par une relation de forme générale :

$$\mathcal{H} \quad f(\mathcal{B})$$

Cependant, la mise en équation du cycle nécessite au préalable le tracé expérimental. A partir de ce dernier, cet auteur recherche par approximations successives, en utilisant les tangentes tracées en divers points du cycle, la détermination des constantes de la relation : $\mathcal{H} \quad f(\mathcal{B})$.

Ayant relevé à l'aide de l'oscillograhe cathodique, le cycle dynamique de l'échantillon étudié, nous avons cherché, suivant la méthode de M. Bricourt, à établir l'équation $\mathcal{H} = f(\mathcal{B})$ représentative de ce cycle :

La relation obtenue dans ces conditions :

$$\mathcal{H} = f(\mathcal{B}) = A + B.\,Sh\,(C.\,\mathcal{B}) + D.\,e^{F\,(\mathcal{B} - \mathcal{B}_m)}$$

dans laquelle les valeurs de A, B, C, D, F dépendent de la branche considérée du cycle, nous a permis de reproduire le tracé de ce dernier avec une erreur de 1%.

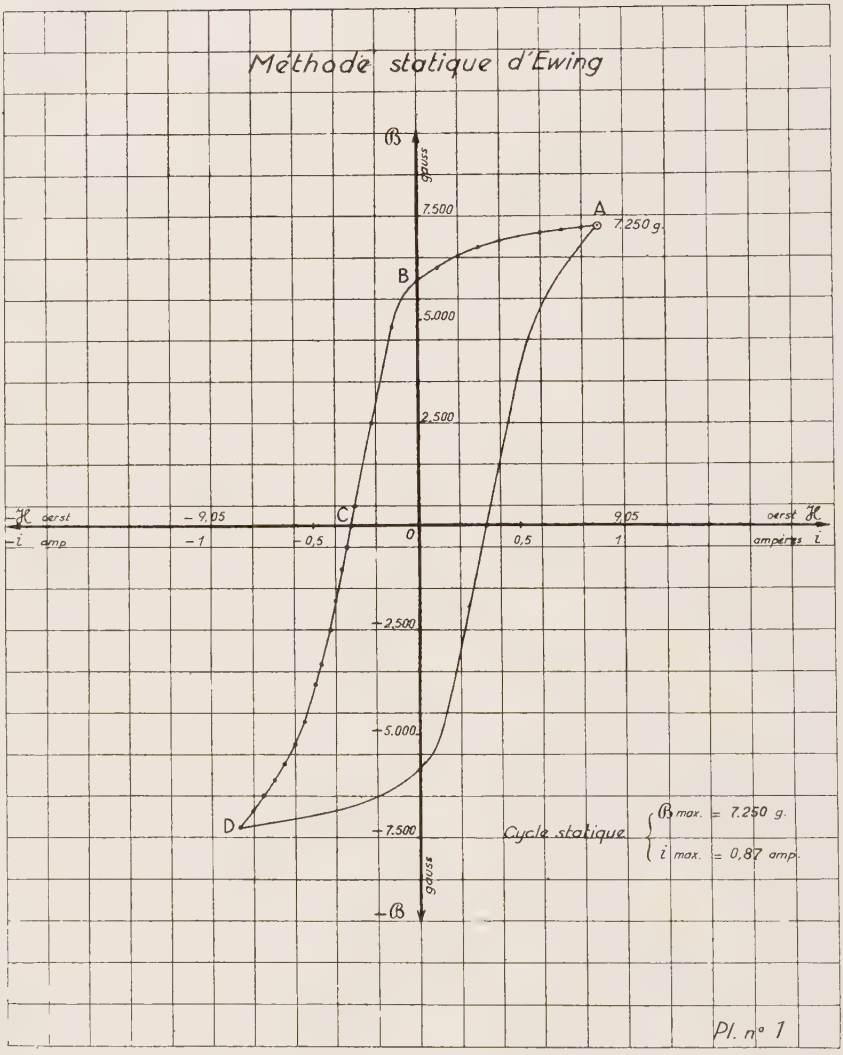
4° Adoptant pour l'échantillon étudié, la relation $\mathcal{H} = f(\mathcal{B})$ ci-dessus, nous avons recherché une expression permettant de représenter la variation du courant magnétisant en fonction du temps. C'est ainsi que nous sommes parvenus à l'expression :

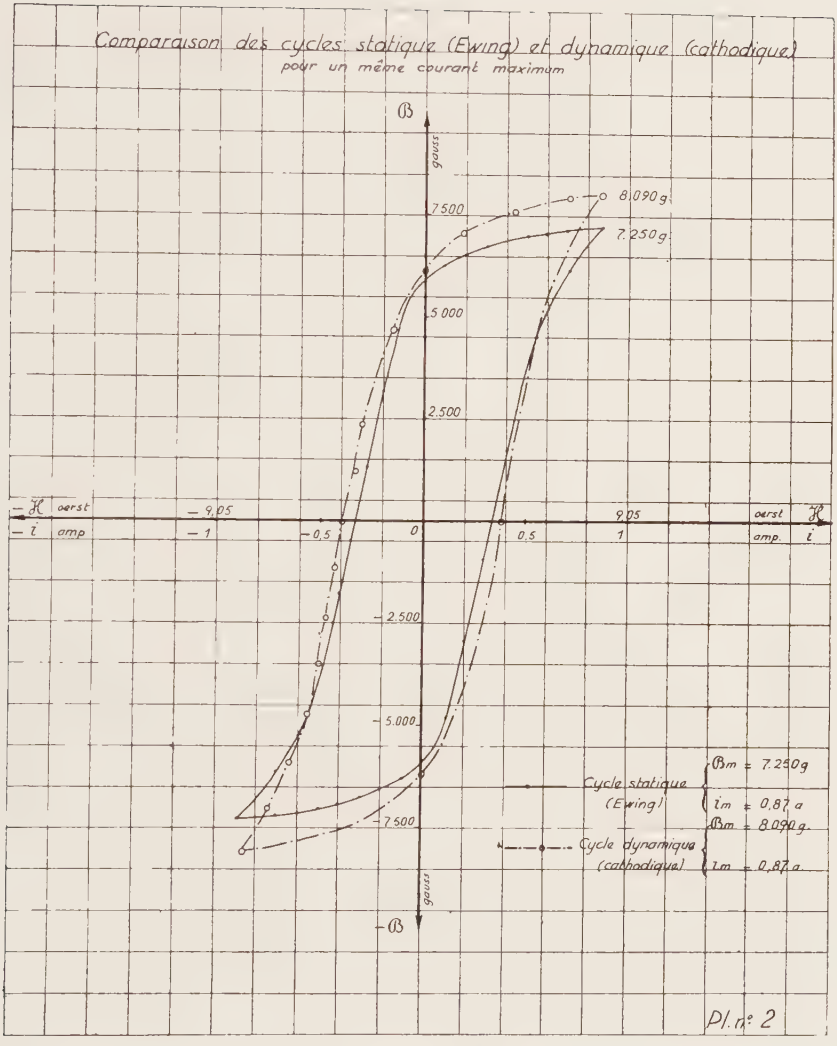
$$i = g(t) - A' - B'.\,Sh\left(C'.\sin\frac{2\pi}{T}t\right) - D'.\,e^{F'\left(\sin\frac{2\pi}{T}t - 1\right)}$$

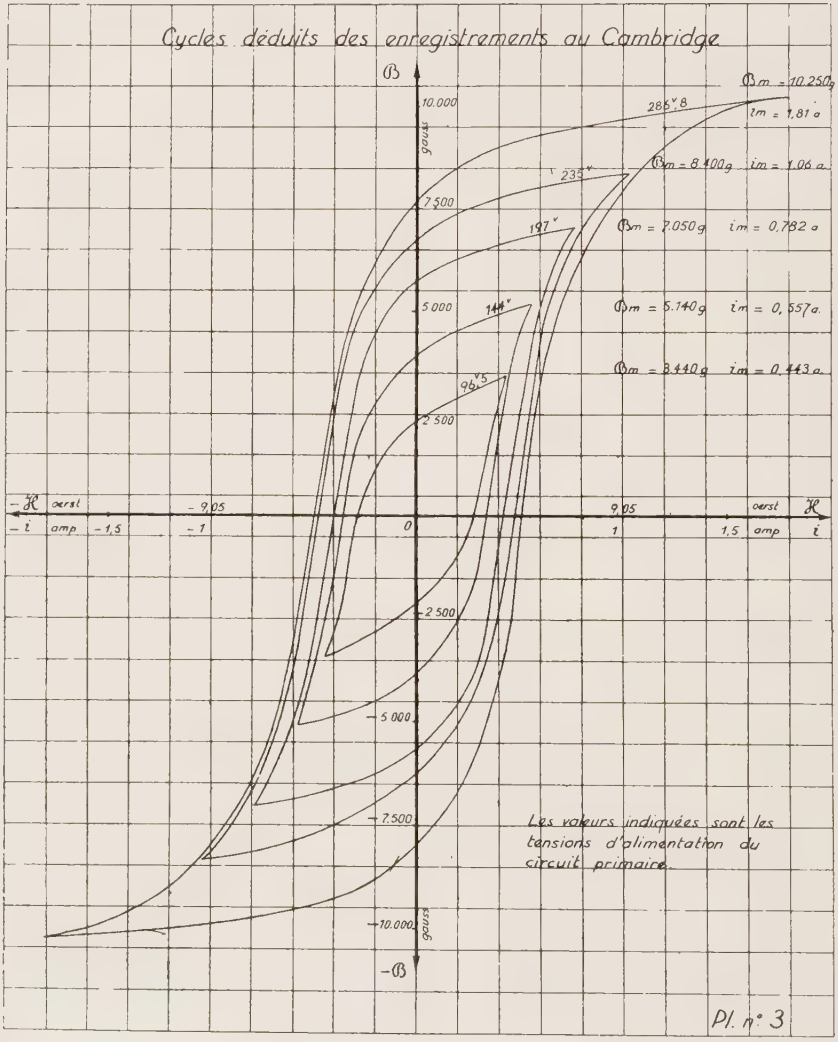
dans laquelle les constantes A', B', C', D', F', peuvent être déduites du cycle correspondant à l'échantillon étudié.

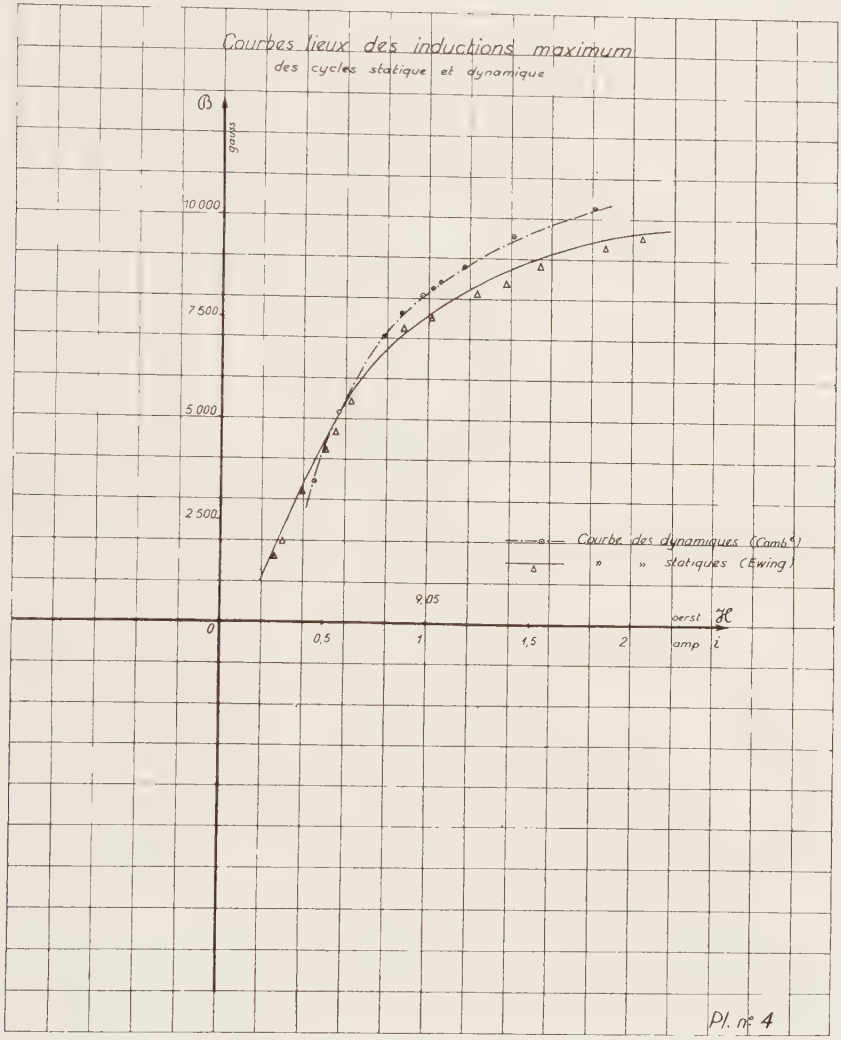
Nous avons, pour le cycle dynamique obtenu directement au cathodique avec une tension d'alimentation de 50 ≂ déterminé la relation analytique donnant les variations du courant primaire i (t).

Ces résultats comparés à la courbe expérimentale relevée donnent une erreur, dans les conditions de nos expériences, égale à 2/100e du courant maximum.

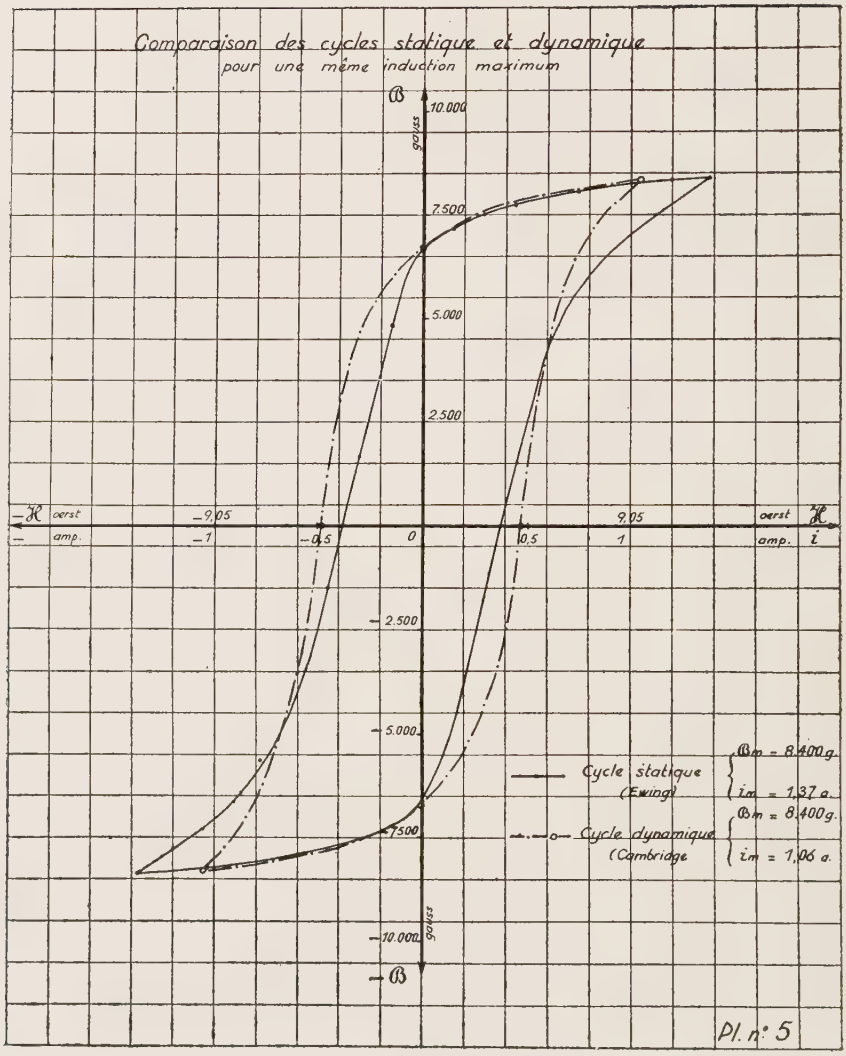

Méthode statique d'Ewing
ℬ
gauss
7.500
A
7.250 g.
B
5.000
2.500
-ℋ oerst
-9,05
C
9,05
oerst ℋ
-i amp
-1
-0,5
0
0,5
1
ampères i
-2.500
-5.000
D
-7.500
Cycle statique
ℬ max. = 7.250 g.
i max. = 0,87 amp.
gauss
-ℬ
Pl. n° 1

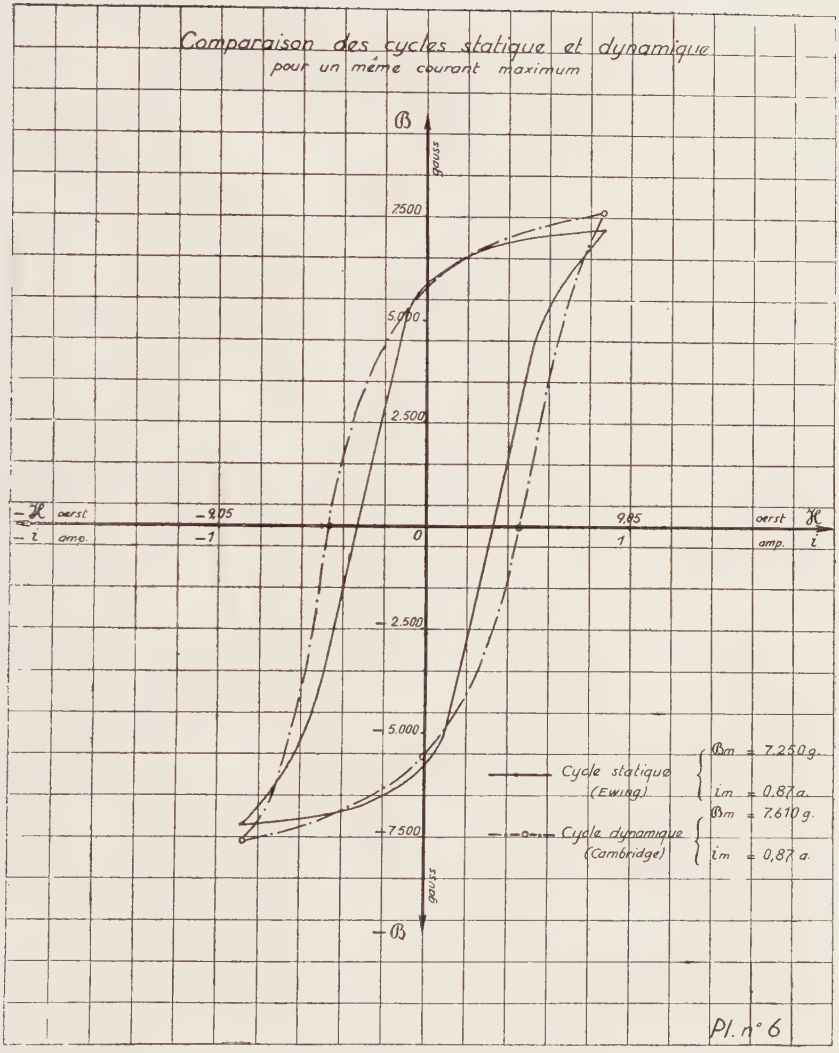

Comparaison des cycles statique (Ewing) et dynamique (cathodique)
pour un même courant maximum
𝔅
gauss
7.500
5.000
2.500
8.090 g
7.250 g
— ℋ oerst
— i amp
— 9,05
— 1
— 0,5
0
0,5
1
9,05
oerst ℋ
amp i
— 2.500
— 5.000
— 7.500
— 𝔅
Cycle statique (Ewing)
𝔅m = 7.250 g
im = 0,87 a
Cycle dynamique (cathodique)
𝔅m = 8.090 g
im = 0,87 a
Pl. n° 2

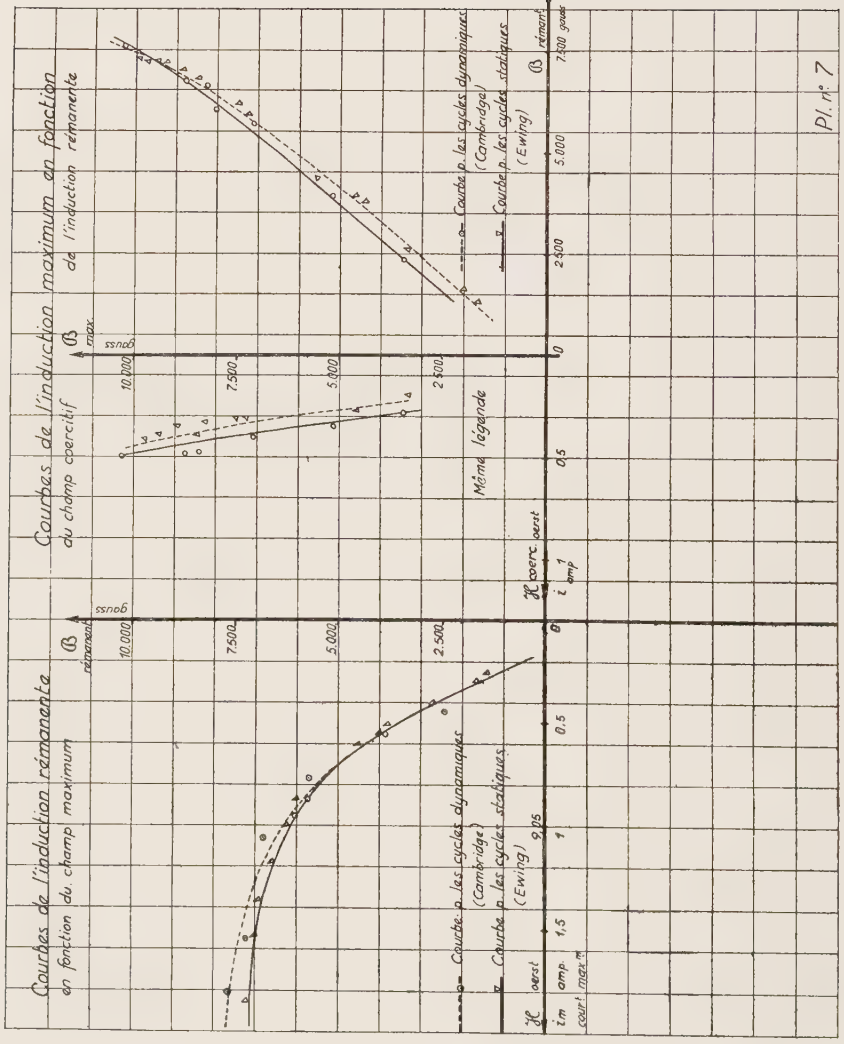

Cycles déduits des enregistrements au Cambridge
B
10.000
gauss
7 500
5 000
2 500
-2 500
-5 000
-7.500
-10.000
gauss
-B
Bm = 10.250g
im = 1,81 a
286v,8
Bm = 8.400g im = 1.06 a.
235v
Bm = 7.050g im = 0,782 a
197v
Bm = 5.140g im = 0,557a.
144v
Bm = 3.440g im = 0,443 a.
96v,5
-H oerst
-i amp
-9,05
-1,5
-1
0
9,05
1
1,5
oerst H
amp i
Les valeurs indiquées sont les tensions d'alimentation du circuit primaire.
Pl. n° 3

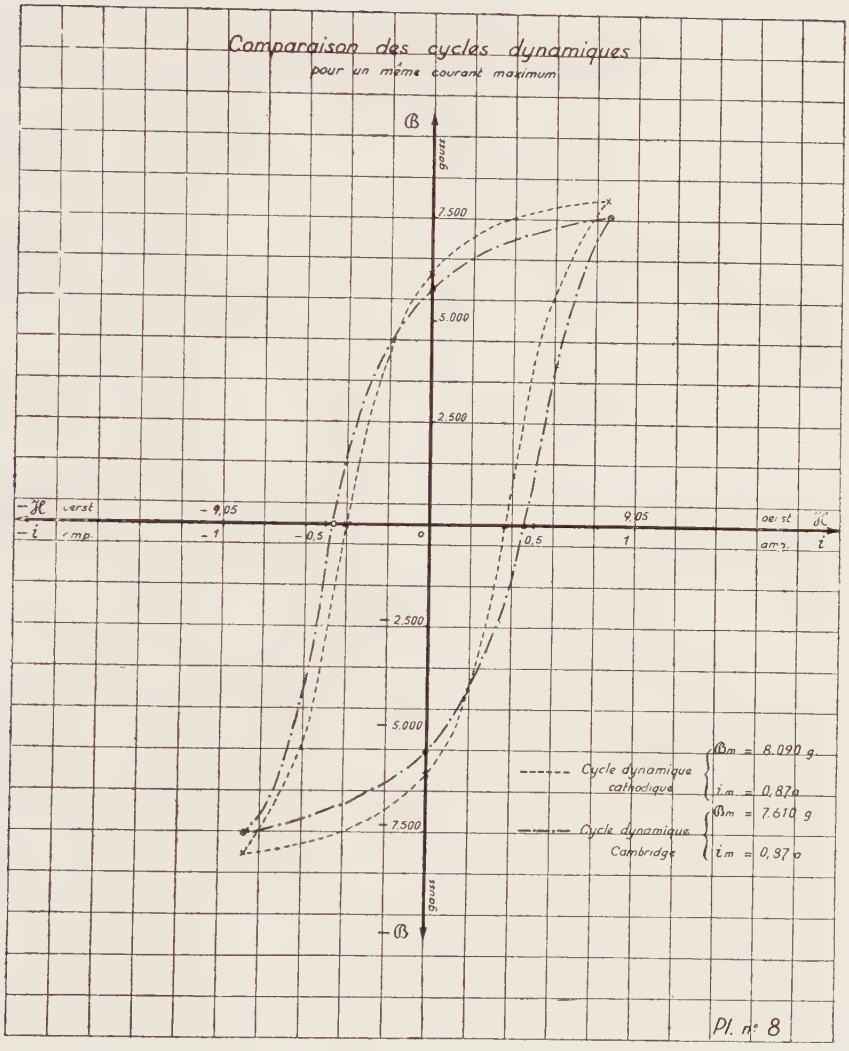

Courbes lieux des inductions maximum
des cycles statique et dynamique
B
gauss
10.000
7.500
5.000
2.500
0
0,5
1
1,5
2
0,05
oerst H
amp i
Courbe des dynamiques (Camb.)
» » statiques (Ewing)

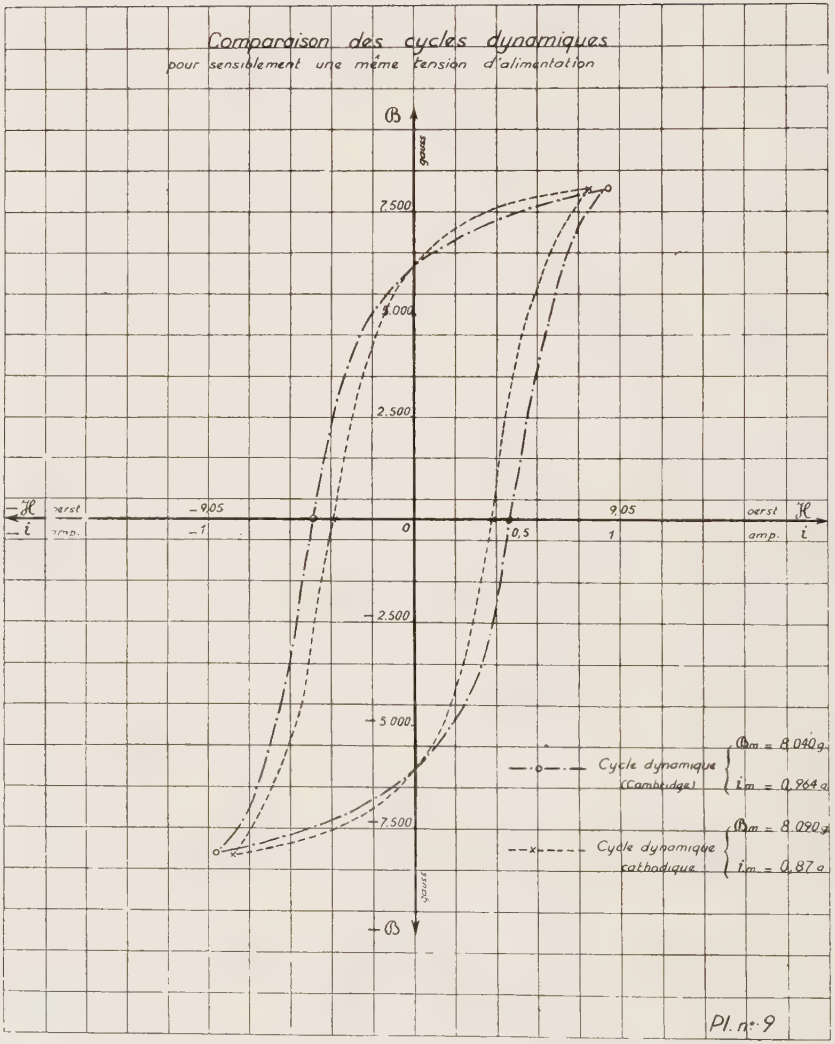
Pl. n° 4


Comparaison des cycles statique et dynamique
pour une même induction maximum
B
gauss
10.000
7.500
5.000
2.500
−2.500
−5.000
−7.500
−10.000
−B
−H oerst
− amp.
−9,05
−1
−0,5
0
0,5
1
9,05
oerst H
amp. i
Cycle statique (Ewing)
Bm = 8.400 g.
im = 1,37 a.
Cycle dynamique (Cambridge)
Bm = 8.400 g.
im = 1,06 a.
Pl. n° 5

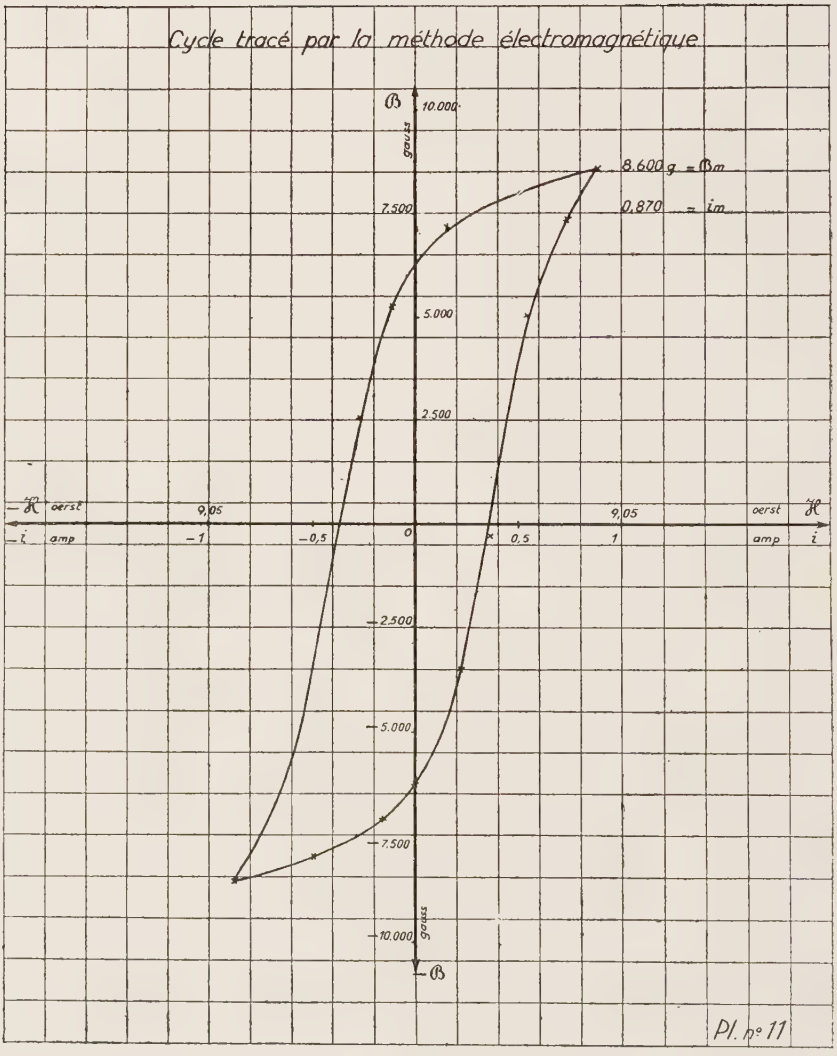

Comparaison des cycles statique et dynamique
pour un même courant maximum
B
gauss
7500
5.000
2.500
−2.500
−5.000
−7500
−B
−ℋ oerst
−i amp.
−2,05
−1
0
2,05
1
oerst ℋ
amp. i
Cycle statique (Ewing)
Bm = 7.250 g.
im = 0,87 a.
Cycle dynamique (Cambridge)
Bm = 7.610 g.
im = 0,87 a.
Pl. n° 6

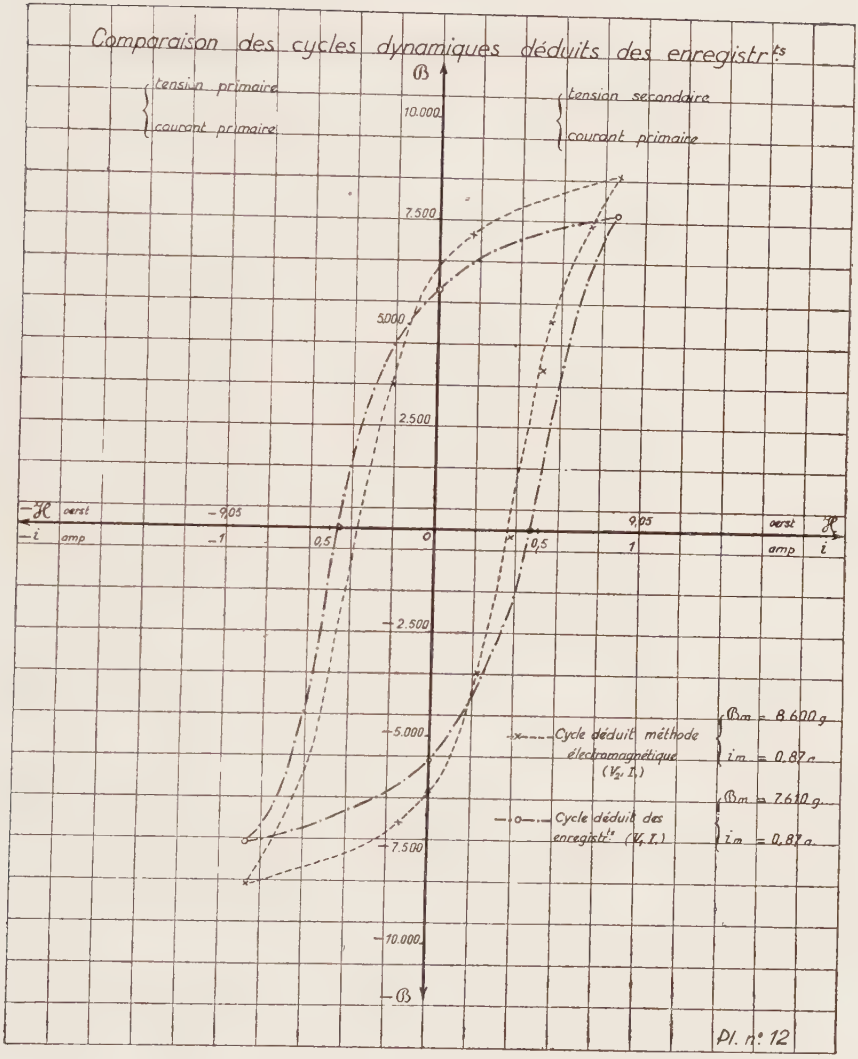

Courbes de l'induction rémanente
en fonction du champ maximum
Courbes de l'induction maximum en fonction
du champ coercitif
Courbe p. les cycles dynamiques
(Cambridge)
Courbe p. les cycles statiques
(Ewing)
Même légende
Pl. n° 7

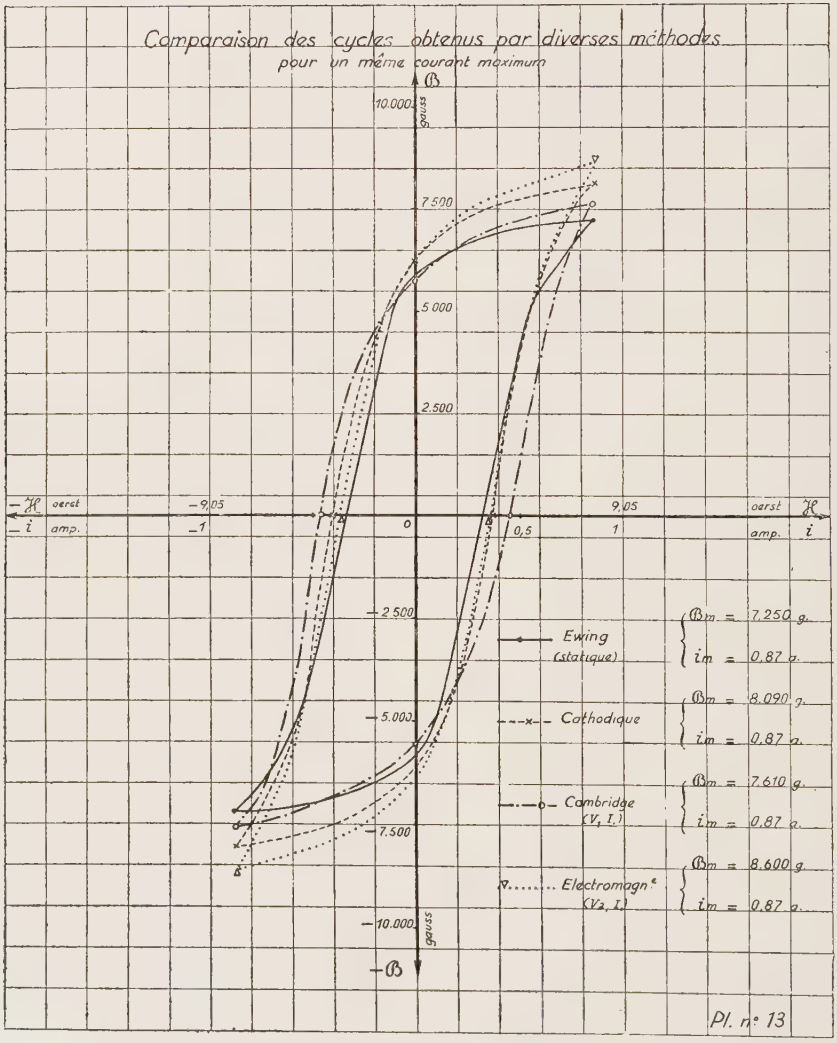

Comparaison des cycles dynamiques
pour un même courant maximum
B
gauss
7.500
5.000
2.500
−2.500
−5.000
−7.500
−B
−H oerst
−i amp.
−0,05
−1
−0,5
0
0,5
1
0,05
oerst
amp.
i
Cycle dynamique cathodique
Bm = 8.090 g.
im = 0,87 a
Cycle dynamique Cambridge
Bm = 7.610 g
im = 0,87 a
Pl. n° 8

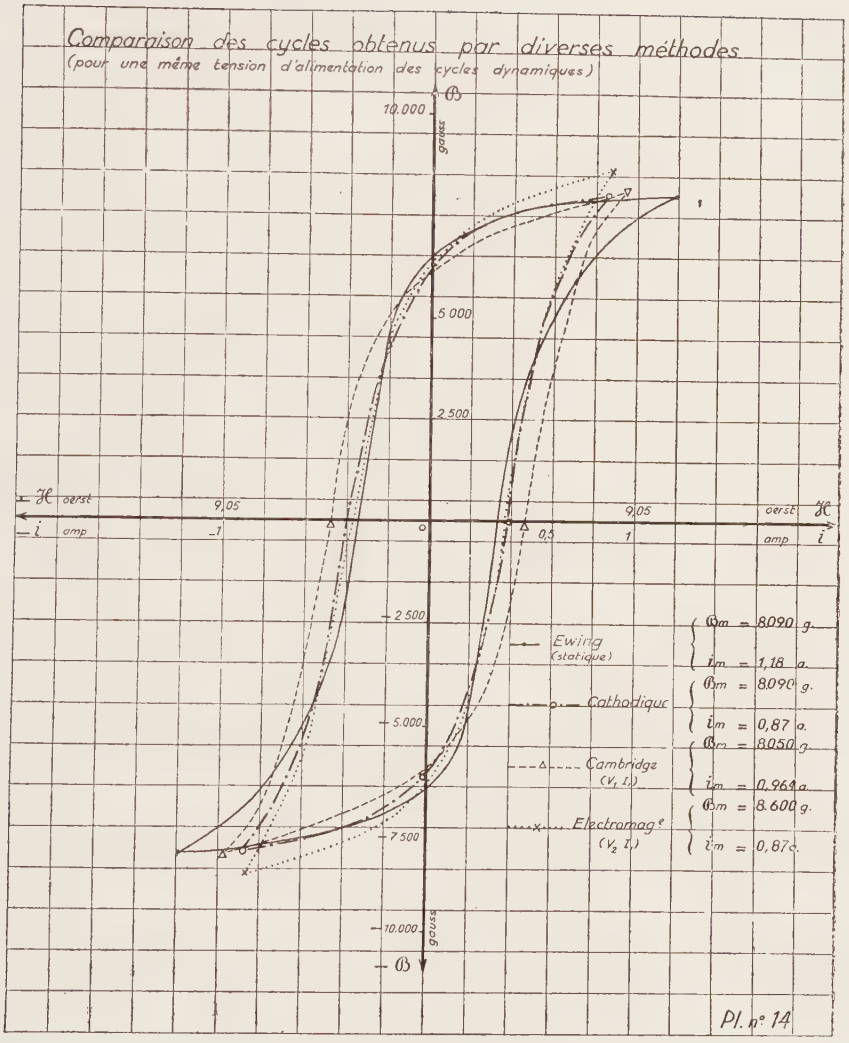

Comparaison des cycles dynamiques
pour sensiblement une même tension d'alimentation
B
gauss
7.500
5.000
2.500
-2.500
-5.000
-7.500
-B
-H
oerst
-i
amp.
-9,05
-1
0
0,5
9,05
1
oerst
H
amp.
i
Cycle dynamique (Cambridge)
Bm = 8.040 g.
im = 0,964 a
Cycle dynamique cathodique
Bm = 8.090 g
im = 0,87 a
Pl. n° 9

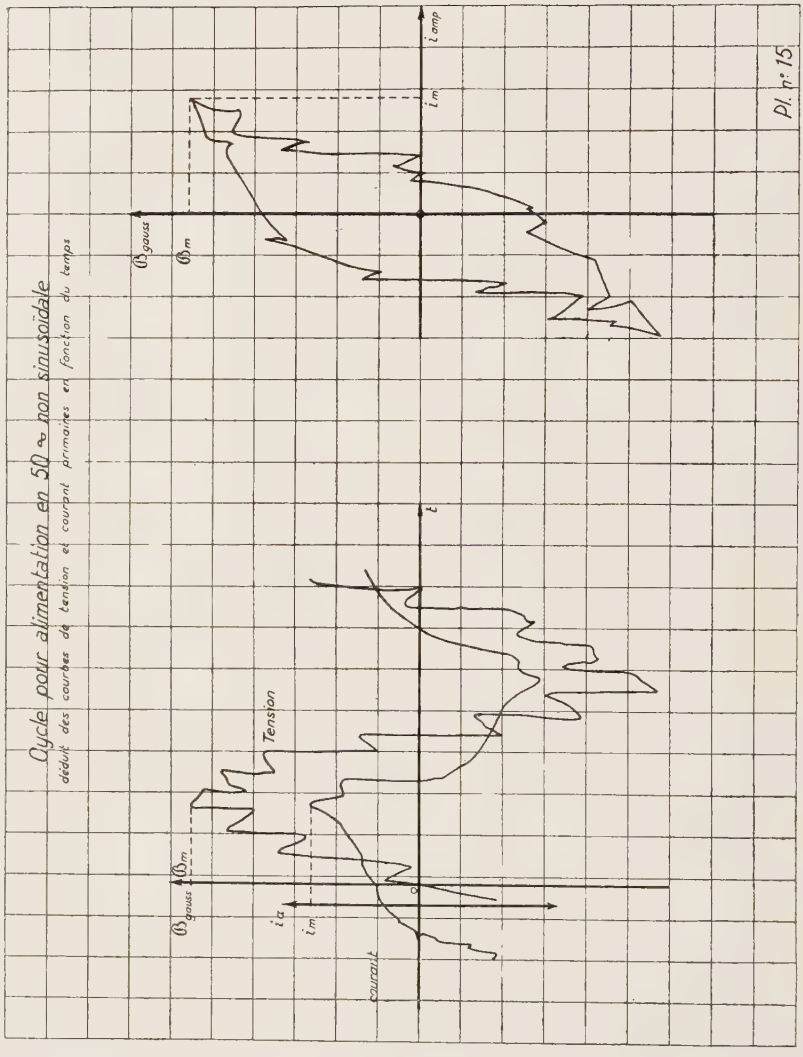
Méthode électromagnétique
Utilisation de l'oscillogramme
Pl. n° 10
i amp
km
ct primaire
0,87
tension secondaire
volts
160
T sec
0,01
0,02

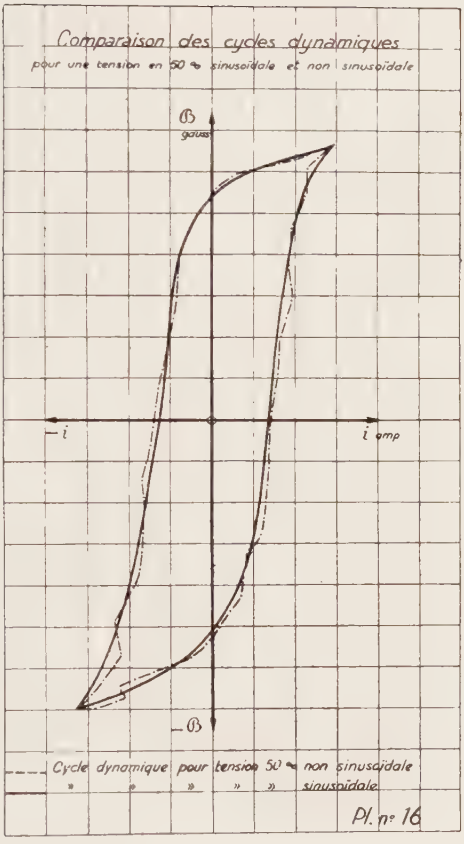

Cycle tracé par la méthode électromagnétique
B
10.000
gauss
8.600 g = Bm
0,870 = im
7.500
5.000
2.500
— ℋ oerst
— i amp
9,05
−1
−0,5
0
0,5
1
9,05
oerst ℋ
amp i
−2.500
−5.000
−7.500
−10.000
gauss
— B
Pl. n° 11

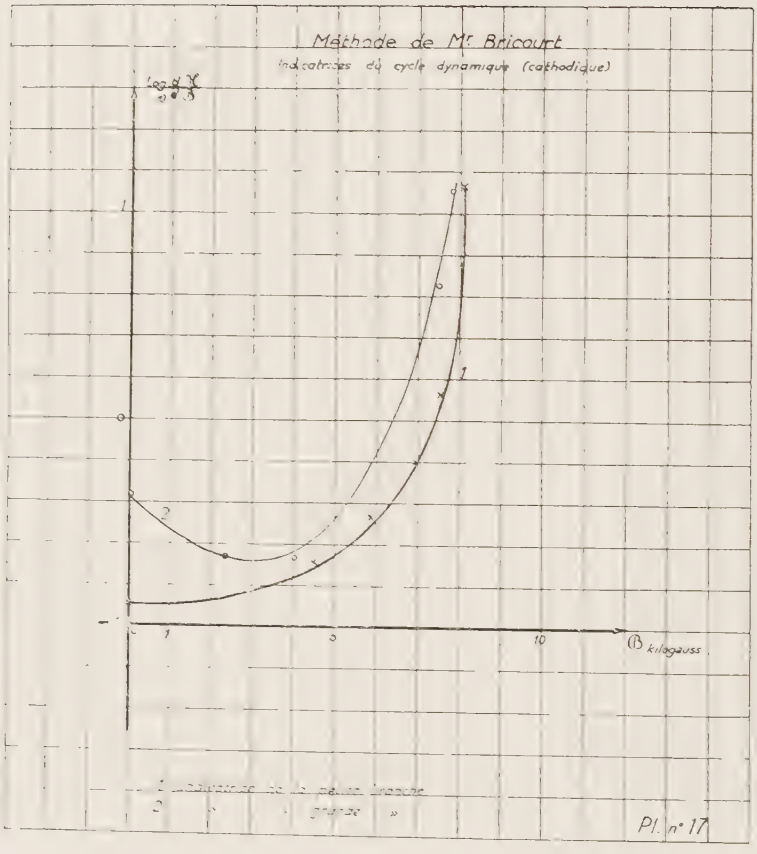

Comparaison des cycles dynamiques déduits des enregistr.ts
tension primaire
courant primaire
tension secondaire
courant primaire
B
10.000
7.500
5.000
2.500
-2.500
-5.000
-7.500
-10.000
-B
-H oerst
-i amp
-0,05
-1
0,5
0
0,5
1
0,05
oerst
amp
H
i
Cycle déduit méthode électromagnétique (V2, I1)
Bm = 8.600 g
im = 0,87 a
Cycle déduit des enregistr.ts (V1, I1)
Bm = 7.610 g
im = 0,87 a
Pl. n.° 12


Comparaison des cycles obtenus par diverses méthodes
pour un même courant maximum
B
gauss
10.000
7.500
5.000
2.500
−2.500
−5.000
−7.500
−10.000
−B
−H oerst
−i amp.
−9,05
−1
0
0,5
1
9,05
oerst H
amp. i
Ewing (statique)
Bm = 7.250 g.
im = 0.87 a.
Cathodique
Bm = 8.090 g.
im = 0.87 a.
Cambridge (V, I)
Bm = 7.610 g.
im = 0.87 a.
Electromagn.e (V2, I)
Bm = 8.600 g.
im = 0.87 a.
Pl. n° 13


Comparaison des cycles obtenus par diverses méthodes
(pour une même tension d'alimentation des cycles dynamiques)
+ ℬ
10.000
gauss
5 000
2.500
+ ℋ oerst
+ i amp
9,05
-1
0
0,5
1
9,05
oerst ℋ
amp i
— 2.500
— 5.000
— 7.500
— 10.000
gauss
— ℬ
Ewing (statique)
Cathodique
Cambridge (V1 I1)
Electromag.e (V2 I1)
ℬm = 8.090 g.
im = 1,18 a.
ℬm = 8.090 g.
im = 0,87 a.
ℬm = 8.050 g.
im = 0,964 a.
ℬm = 8.600 g.
im = 0,87 a.
Pl. n° 14


Cycle pour alimentation en 50 ~ non sinusoïdale
déduit des courbes de tension et courant primaires en fonction du temps
Pl. n° 15
B gauss
Bm
i amp
im
t
Tension
B gauss
Bm
i a
im
courant


Comparaison des cycles dynamiques
pour une tension en 50 ~ sinusoïdale et non sinusoïdale
B
gauss
i
i amp
-B
Cycle dynamique pour tension 50 ~ non sinusoïdale
» » » » » sinusoïdale
Pl. n° 16


Méthode de Mr Bricourt
indicatrices du cycle dynamique (cathodique)
1
0
1
0
10
B kilogauss
Pl. n° 17

BIBLIOGRAPHIE

Jouaust (R.). — *Le Ferromagnétisme* (Applications industrielles), Octave Doin.

Garnier (J.). — *Mesures électriques*, Armand Colin.

Maurain (Ch.). — *Le magnétisme du fer*, Gauthiers-Villars.

Bunet (P.). — *Les transformateurs*, Enc. industrielles, Baillières.

Chaumat (H.). — Cours de mesures de l'Ecole supérieure d'électricité.

Sartori (G.). — *Lumière électrique*, février 1910.

Piola (F.). — « Représentation harmonique du cycle d'hystérésis magnétique », *Elettrotechnica*, novembre 1917.

Chaumat (H.). — *Sur l'application du galvanomètre balistique aux essais de fer*, C.R. Ac. Sciences, 1922.

Lapp (Ch.). — « Sur la viscosité magnétique. Hystérésigraphe », *Journal de physique et du radium*, 1923.

Bricourt (P.) et Salomon (R.). — *Sur l'emploi de l'oscillographe cathodique pour l'étude de l'aimantation des ferromagnétiques*, C.R. Ac. Sciences, 1934.

Masius (M.). — « Etude de la sensibilité du galvanomètre balistique », *Physical Review*, 1924-1925.

Revue Philipps, novembre 1938.

— *Revue Brown Boveri*, juillet 1945.

Gérard (Eric). — *Mesures électriques*.

Herpin (A.). — « Théorie des courbes d'hystérésis », *Revue scientifique*, mars-avril, 1943.

— « Théorie des courbes d'aimantation », *Revue scientifique*, juillet-août, 1943.

— « Théorie quantique du ferromagnétisme », *Revue scientifique*, janvier 1943.

Bricourt (P.). — « Représentation mathématique des cycles d'hystérésis », *Revue générale de l'électricité*, juin 1945.

DEUXIÈME THÈSE

Proposition donnée par la Faculté

Régulation de la vitesse des moteurs par les procédés à lampes

Vu et approuvé :
Toulouse, le 17 novembre 1948,
Le Doyen de la Faculté des Sciences
DUPOUY.

Vu et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Toulouse
Président du Conseil de l'Université :
P. DOTTIN.

TABLE DES MATIÈRES

AVANT PROPOS 1

INTRODUCTION. GÉNÉRALITÉS 3

CHAPITRE I

MÉTHODE STATIQUE DU BALISTIQUE 7

CONSIDÉRATIONS SUR L'UTILISATION DU BALISTIQUE 9

TRACÉ EXPÉRIMENTAL DU CYCLE STATIQUE 13

CHAPITRE II

TRACÉ DU CYCLE DYNAMIQUE. — MÉTHODES DIVERSES 18

I. *Méthode de l'oscillographe cathodique* 18
Dispositif expérimental 19
Comparaison du cycle statique et du cycle obtenu au cathodique 21

II. *Méthode de l'oscillographe électromagnétique* 23
Principe de l'oscillographe 23
Tracé du cycle à partir d'enregistrements à l'oscillographe 24
Étalonnage des équipages 24
Utilisation des diagrammes 30
Remarques 32
Comparaisons des divers résultats 35
Comparaison des courbes lieux de $\mathcal{E}_m$ 35
Comparaison entre le cycle statique et le cycle dynamique 36
Comparaison entre le cycle obtenu au cathodique et le cycle déduit des enregistrements 39

III. *Méthode électromagnétique de M. Goldstein* 40
Principe de la méthode. Relations 40
Application de la méthode au circuit étudié 42
Comparaisons des cycles tracés par les deux méthodes de l'oscillographe électromagnétique 45

IV. *Résumé des comparaisons* 46
Comparaisons des surfaces des cycles 47

V. *Cycle pour une tension non sinusoïdale* 47

CHAPITRE III

ETUDE DE LA REPRESENTATION MATHÉMATIQUE DES CYCLES PAR LA MÉTHODE DE M. BRICOURT 51

Principe de la méthode 51
Application de la méthode au cycle dynamique relevé au cathodique 55
Fonctions représentatives du cycle 60

CHAPITRE IV

ETUDE D'UNE FONCTION REPRÉSENTATIVE DU COURANT MAGNÉTISANT 61
Fonctions représentatives 65

CONCLUSIONS 67

BIBLIOGRAPHIE 87

Imp. F. BOISSEAU, Rue du Taur, 34 - TOULOUSE (France)
C. O. L. N° 31.2441 - N° d'impression 163-1950
Dépôt légal, 1er trimestre 1950